時間依存電場における Schwinger機構

田屋 英俊

慶應大 (日吉物理学教室)

[1] A. Fedotov, A. Ilderton, F. Karbstein, B. King, D. Seipt, **HT**, and G. Torgrimsson, Phys. Rep. 1010, 1 (2023) [arXiv:2203.00019]

[2] **HT** and C. Ironside, Phys. Rev. D 108, 096005 (2023) [arXiv:2308.11248]

[3] X.-G. Huang and **HT**, Phys. Rev. D 100, 016013 (2019) [arXiv:1904.08200]

[4] **HT**, Phys. Rev. D 99, 056006 (2019) [arXiv:1812.03630]

簡単なまとめ

✔ 問題・状況設定

QED真空に「強い電場」をかける

⇒ 真空は粒子を作り壊れる (:=Schwinger機構)

✔ 今日のトークで技術的に新しいこと

これまでは主に「定常電場」に関してSchwinger機構は研究されてた

⇒ 時間依存する場合へ拡張

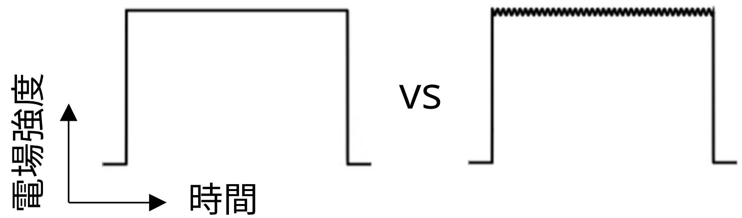
(使う道具: Furry描像の摂動論 ≒ 原子核物理とかで良く知られた歪曲波ボルン近似(DWBA)みたいな方法)

✔ 今日のトークでわかる/伝えたい物理

ほんの少しでも時間依存すると、物理は劇的に変わって楽しい

例1) 時間依存性による粒子生成の爆発的な増大
(:= dynamically assisted Schwinger effect)

例2) 真空複屈折



で指数関数的に生成粒子数が違う！

目次

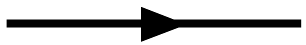
1. **導入:「強い電磁場の物理」と「Schwinger機構」のレビュー**

2. **メイン: 時間依存があるとSchwinger機構はどう変わるか？**
    - ・準備: 摂動・非摂動的粒子生成の遷移
    - ・Dynamically assisted Schwinger effect
    - ・真空複屈折

3. **まとめ**

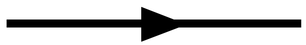
目次

強い電磁場があると何が違うか？



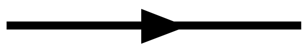
真空

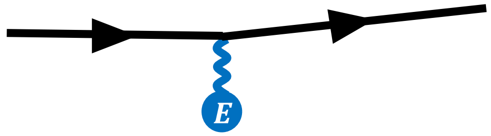
強い電磁場があると何が違うか？



真空

強い電磁場があると何が違うか？





真空　　**弱い電磁場 $(eE/m^2 \ll 1)$**　　**強い電磁場 $(eE/m^2 \gg 1)$**

摂動的な物理

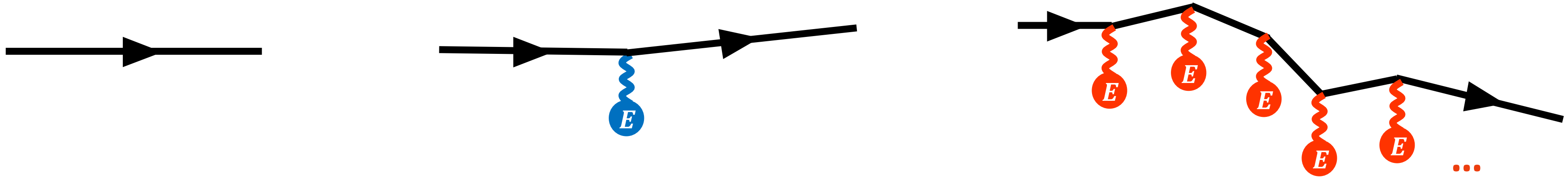
⇒ 理論・実験ともに
よくわかっている

例) 電子の異常磁気モーメント

$$\alpha^{-1}(\text{theor.}) = 137.03599914\,\ldots$$
$$\alpha^{-1}(\text{exp.}) = 137.03599899\,\ldots$$

[Aoyama, Kinoshta, Nio (2017)]

強い電磁場があると何が違うか?



真空　　**弱い電磁場 $(eE/m^2 \ll 1)$**　　**強い電磁場 $(eE/m^2 \gg 1)$**

摂動的な物理

⇒ 理論・実験ともに
よくわかっている

非摂動的な物理

⇒ 実験的に人類未踏の領域
呼応して、理論も未成熟

例) 電子の異常磁気モーメント

$$\alpha^{-1}(\mathrm{theor.}) = 137.03599914\ \ldots$$
$$\alpha^{-1}(\mathrm{exp.}) = 137.03599899\ \ldots$$

[Aoyama, Kinoshta, Nio (2017)]

例) これまでのギネス記録:

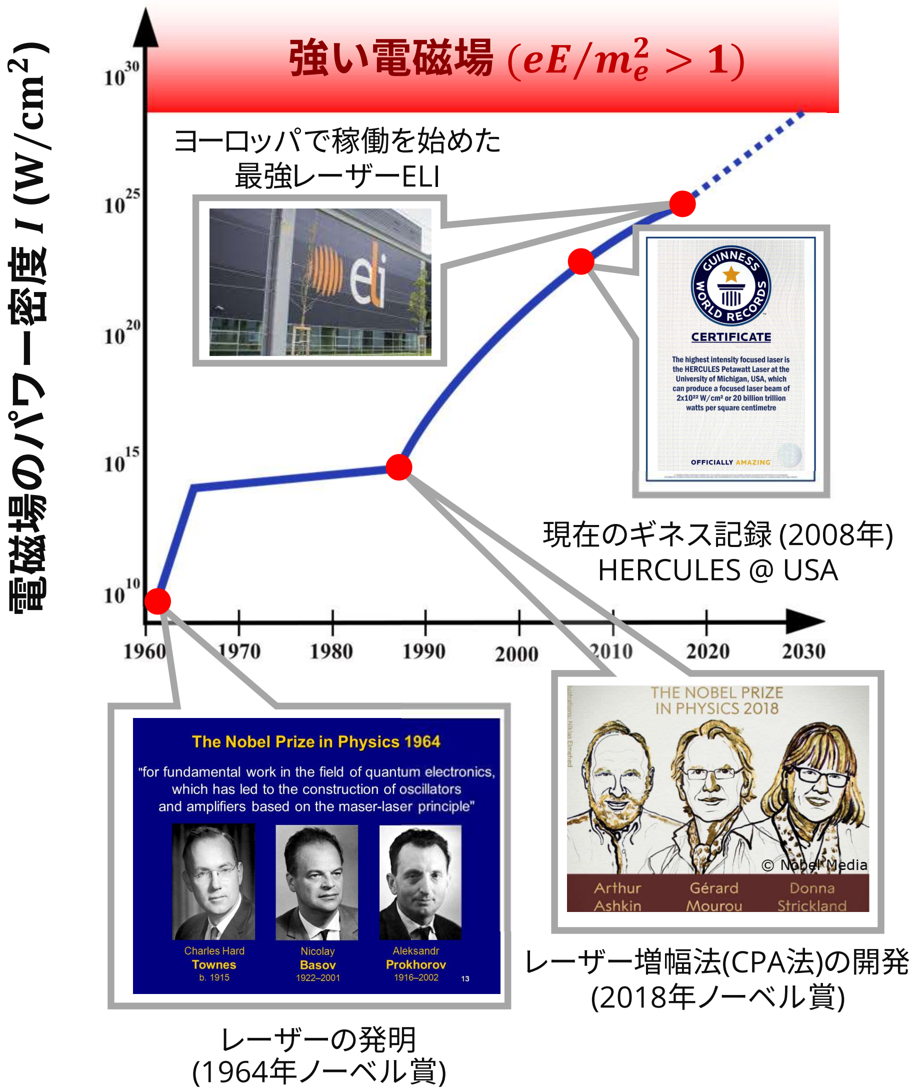
HERCULESレーザー @ アメリカ(2008)
⇒ $eE \sim (1\ \mathrm{keV})^2 \ll m_e^2 \sim (511\ \mathrm{keV})^2$

しかし、今まさに強い電磁場の実験・観測が可能になりつつある

∴ 強い電磁場の物理の研究は今がまさにタイムリー

しかし、今まさに強い電磁場の実験・観測が可能になりつつある

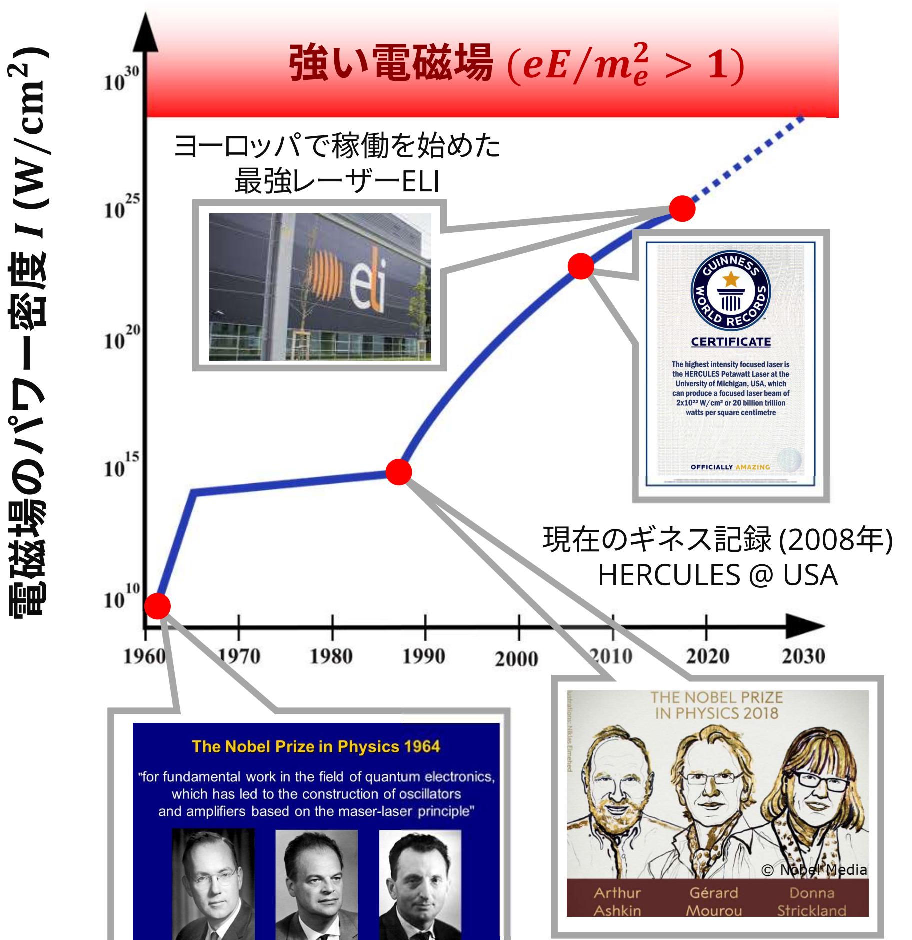
高強度レーザー



∴ 強い電磁場の物理の研究は今がまさにタイムリー

しかし、今まさに強い電磁場の実験・観測が可能になりつつある

高強度レーザー



レーザー増幅法(CPA法)の開発
(2018年ノーベル賞)

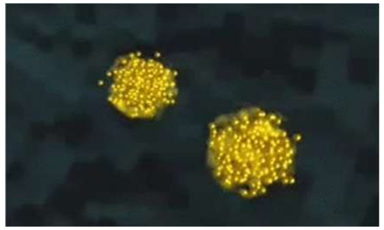
レーザーの発明
(1964年ノーベル賞)

素核宇の極限系

- **重イオン衝突**

  RHIC (2000~), LHC (2012~),
  FAIR/NICA/HIAF/J-Parc-HI/... (20XX~)

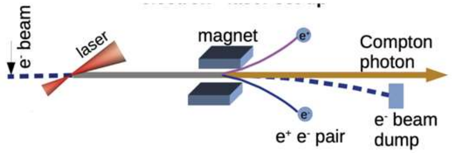
  $I \sim 10^{35}$ W/cm^2
  $(eE, eB \sim m_\pi^2 \sim (140\text{ MeV})^2)$



- **電子加速器 + レーザー**

  数年くらいで開始:
  LUXE @ DESY, FACET-II @ SLAC

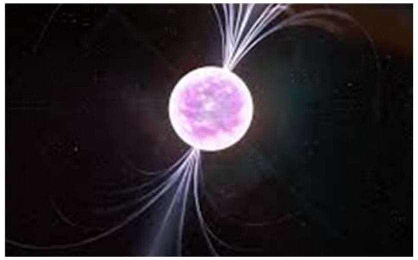
  $I \sim 10^{29}$ W/cm^2
  $(eE, eB > m_e^2 \sim (1\text{ MeV})^2)$



- **コンパクト星: マグネター**

  すざく (2005~2015), NICER (2017~)
  XL-Calibur (2018~), IXPE (2021~), ...

  $I \sim 10^{29}$ W/cm^2
  $(eE, eB > m_e^2 \sim (1\text{ MeV})^2)$



- **アナログ系**

  ブラックホール (重力場)
  宇宙の再加熱 (インフラトン場)
  QGP生成過程 (カラー場)
  ...

∴ 強い電磁場の物理の研究は今がまさにタイムリー

何が起こるか?

✔ **いろいろ提案されている** Review: [Fedotov, Ilderton, Karbstein, King, Seipt, HT, Torgrimsson (2023)]

例) 新しい素過程(光子分裂、真空複屈折、...)、高次高調波発生、スピン流生成、...

QCD相図の変更、異常輸送(カイラル磁気効果)、標準理論を超えた物理のプローブ、...

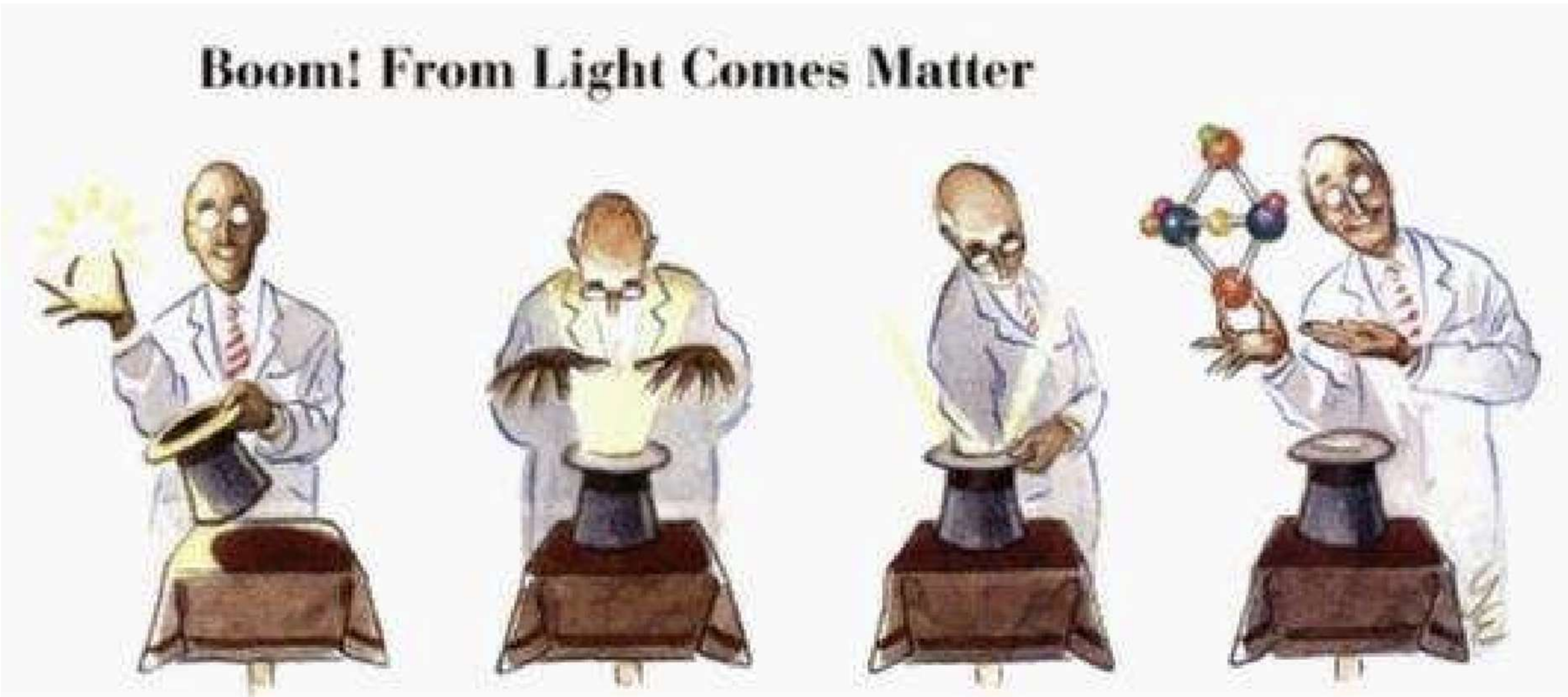
何が起こるか?

✔ いろいろ提案されている Review: [Fedotov, Ilderton, Karbstein, King, Seipt, HT, Torgrimsson (2023)]

例) 新しい素過程(光子分裂、真空複屈折、...)、高次高調波発生、スピン流生成、...
QCD相図の変更、異常輸送(カイラル磁気効果)、標準理論を超えた物理のプローブ、...

✔ 最もおもしろい予想の1つが、Schwinger機構 [Sauter (1932)] [Heisenberg, Euler (1936)] [Schwinger (1951)]

= 強い電場があると、真空は粒子生成で壊れてしまう



何が起こるか？

✔ いろいろ提案されている Review: [Fedotov, Ilderton, Karbstein, King, Seipt, HT, Torgrimsson (2023)]

例) 新しい素過程(光子分裂、真空複屈折、…)、高次高調波発生、スピン流生成、…

QCD相図の変更、異常輸送(カイラル磁気効果)、標準理論を超えた物理のプローブ、…

✔ 最もおもしろい予想の1つが、Schwinger機構 [Sauter (1932)] [Heisenberg, Euler (1936)] [Schwinger (1951)]

= 強い電場があると、真空は粒子生成で壊れてしまう

何が起こるか？

✔ いろいろ提案されている

Review: [Fedotov, Ilderton, Karbstein, King, Seipt, HT, Torgrimsson (2023)]

例) 新しい素過程(光子分裂、真空複屈折、…)、高次高調波発生、スピン流生成、…
QCD相図の変更、異常輸送(カイラル磁気効果)、標準理論を超えた物理のプローブ、…

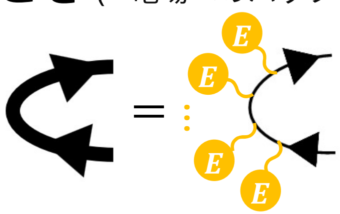
✔ 最もおもしろい予想の1つが、Schwinger機構

[Sauter (1932)] [Heisenberg, Euler (1936)]
[Schwinger (1951)]

= 強い電場があると、真空は粒子生成で壊れてしまう

理論: 定常電場のとき (+ 電場へのバックリアクションや生成粒子間相互作用は無視) のときはよくわかってる

- 大雑把には、



みたいな電場中の $|0;\mathrm{in}\rangle \to |e^- e^+;\mathrm{out}\rangle$ の散乱振幅を計算する

⇒ 電場にドレスされた波動関数やプロパゲータの計算が本質
≒ 電場中のDirac方程式を解く問題に帰着

- 結果: Schwingerの公式 $$\frac{N}{VT} = \frac{(eE)^2}{(2\pi)^3} \times \exp\left[-\pi \frac{m^2}{eE}\right] \sim \exp[-\# \times (\text{ギャップの長さ}) \times (\text{ギャップの高さ})]$$

[Schwinger (1951)] [Nikishov (1969)]

Schwinger機構の研究の現状

逆に、Schwingerの公式くらいしか確立しているものがない
⇒ 現状: Schwingerの公式を超える努力をしている

Review: [Fedotov, Ilderton, Karbstein, King, Seipt, HT, Torgrimsson (2023)]

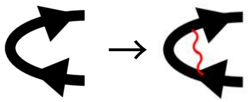
✔ 時空間に依存した非一様な電磁場

- レーザー場をどうデザインすれば、Schwinger機構が見えるのか? ⇒ dynamically assisted Schwinger 機構, 量子干渉効果, etc
- Schwinger機構にはどれくらいの時空間サイズの電場が要るのか? ⇒ ケルディッシュパラメータ, etc
- 電場の回転や偏光依存性は? ⇒ Twisted Schwinger effect, etc

✔ 実時間ダイナミクス

- 粒子はいつどうやって作られ、その後、どういう運動をするのか? ⇒ (超)断熱粒子描像, etc
- 粒子生成によって電場はどうやって遮蔽され、熱平衡化するか? ⇒ プラズマ振動, QED cascade, 流体化, etc

✔ 輻射補正



- 真空が崩壊してることで新しく起こる放射はあるか? ⇒ 真空からの光子生成, 真空からの高次高調波発生, etc
- 輻射補正で臨界電場の値は変わるか? ⇒ Ritus conjecture, (AdS/CFTによる) 電場強度の限界の予言, etc

✔ 粒子数以外の物理量

- 粒子数以外に楽しい観測量はあるか? ⇒ カイラリティ生成, 真空からのスピン流生成, etc

Schwinger機構の研究の現状

逆に、Schwingerの公式くらいしか確立しているものがない
⇒ 現状: Schwingerの公式を超える努力をしている

Review: [Fedotov, Ilderton, Karbstein, King, Seipt, HT, Torgrimsson (2023)]

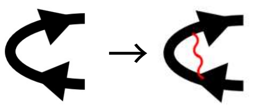
✔ 時空間に依存した非一様な電磁場

- レーザー場をどうデザインすれば、Schwinger機構が見えるのか？ ⇒ dynamically assisted Schwinger 機構, 量子干渉効果, etc
- Schwinger機構にはどれくらいの時空間サイズの電場が要るのか？ ⇒ ケルディッシュパラメータ, etc
- 電場の回転や偏光依存性は？ ⇒ Twisted Schwinger effect, etc

✔ 実時間ダイナミクス

- 粒子はいつどうやって作られ、その後、どういう運動をするのか？ ⇒ (超)断熱粒子描像, etc
- 粒子生成によって電場はどうやって遮蔽され、熱平衡化するか？ ⇒ プラズマ振動, QED cascade, 流体化, etc

✔ 輻射補正



- 真空が崩壊してることで新しく起こる放射はあるか？ ⇒ 真空からの光子生成, 真空からの高次高調波発生, etc
- 輻射補正で臨界電場の値は変わるか？ ⇒ Ritus conjecture, (AdS/CFTによる) 電場強度の限界の予言, etc

✔ 粒子数以外の物理量

- 粒子数以外に楽しい観測量はあるか？ ⇒ カイラリティ生成, 真空からのスピン流生成, etc

目次

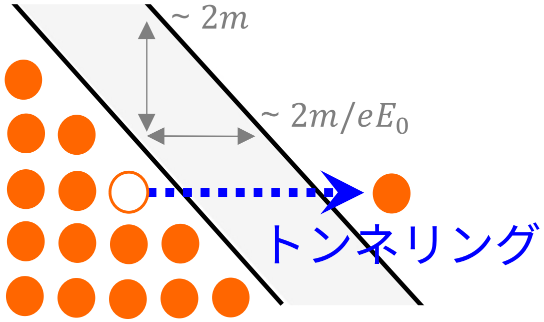
準備(1/3): 摂動的/非摂動的粒子生成の遷移

強さeE_0、周波数Ωを持った時間依存電場

準備(1/3): 摂動的/非摂動的粒子生成の遷移

強さeE_0、周波数Ωを持った時間依存電場

遅い ⇒ 非摂動トンネリング $N \sim \exp[\#/eE_0]$



トンネリング時間 $\Delta t \sim \dfrac{2m}{eE_0}$

⇒ 電場はΔtよりも十分遅くないといけない

⇒ $\Omega^{-1} \gtrsim \Delta t$

⇒ $1 \gtrsim \dfrac{\Delta t}{\Omega^{-1}} = \dfrac{\Omega m}{eE_0} \equiv \gamma$ (Keldysh パラメータ)

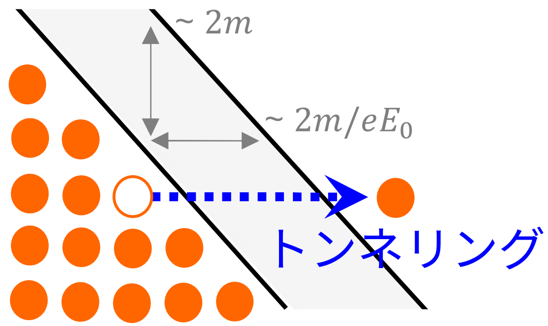
[Keldysh (1965)]

速い ⇒ 摂動的な光子散乱 $N \sim eE_0^{2n}$

準備(1/3): 摂動的/非摂動的粒子生成の遷移

強さeE_0、周波数Ωを持った時間依存電場

遅い ⇒ 非摂動トンネリング $N \sim \exp[\#/eE_0]$



トンネリング時間 $\Delta t \sim \frac{2m}{eE_0}$

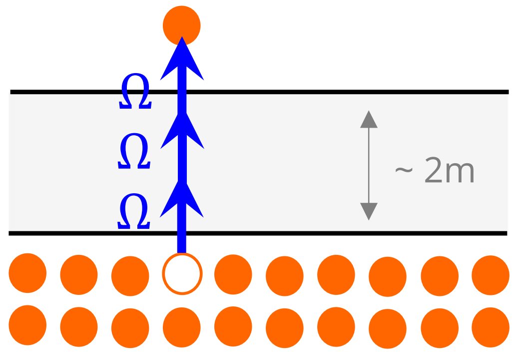
⇒ 電場はΔtよりも十分遅くないといけない

⇒ $\Omega^{-1} \gtrsim \Delta t$

⇒ $1 \gtrsim \frac{\Delta t}{\Omega^{-1}} = \frac{\Omega m}{eE_0} \equiv \gamma$ (Keldysh パラメータ)

[Keldysh (1965)]

速い ⇒ 摂動的な光子散乱 $N \sim eE_0^{2n}$



⇒ 電場はインコヒーレントな
光子として相互作用しだす

⇒ $n\Omega > 2m$ となるときに粒子生成

(違う理解: 電場が短寿命だと、電場と
Diracの海は有限回しか相互作用できない)

∴ 物質で起こる光電効果と本質的に同じ現象がQED真空でも起こる

準備(2/3): Schwinger機構 の "相図"

✔ **理論: 電場中のDirac方程式が解ければよい**

アプローチ1: 解ける特別な電場を考える [HT, Fujiii, Itakura (2014)]

アプローチ2: 半古典近似 = $\hbar$展開 (トランスシリーズ展開) $N = \sum_{n,m} N_{n,m} \hbar^n \mathrm{e}^{-m\frac{S}{\hbar}} = (N_{0,1} + O(\hbar))\, \mathbf{e}^{-\frac{\boldsymbol{S}}{\hbar}} + O(\mathrm{e}^{-\frac{2S}{\hbar}})$

[Brezin, Itzykson (1970)] [Popov (1972)] [Berry (1989)] [Dunne, Shubert (2005)] [HT, Fujimori, Misumi, Nitta, Sakai (2020)]

準備(2/3): Schwinger機構 の "相図"

✔ 理論: 電場中のDirac方程式が解ければよい

アプローチ1: 解ける特別な電場を考える [HT, Fujiii, Itakura (2014)]

アプローチ2: 半古典近似 = $\hbar$展開 (トランスシリーズ展開) $N = \sum_{n,m} N_{n,m}\hbar^n e^{-m\frac{S}{\hbar}} = (N_{0,1} + O(\hbar))\, \mathbf{e}^{-\frac{S}{\hbar}} + O(e^{-\frac{2S}{\hbar}})$

[Brezin, Itzykson (1970)] [Popov (1972)] [Berry (1989)] [Dunne, Shubert (2005)] [HT, Fujimori, Misumi, Nitta, Sakai (2020)]

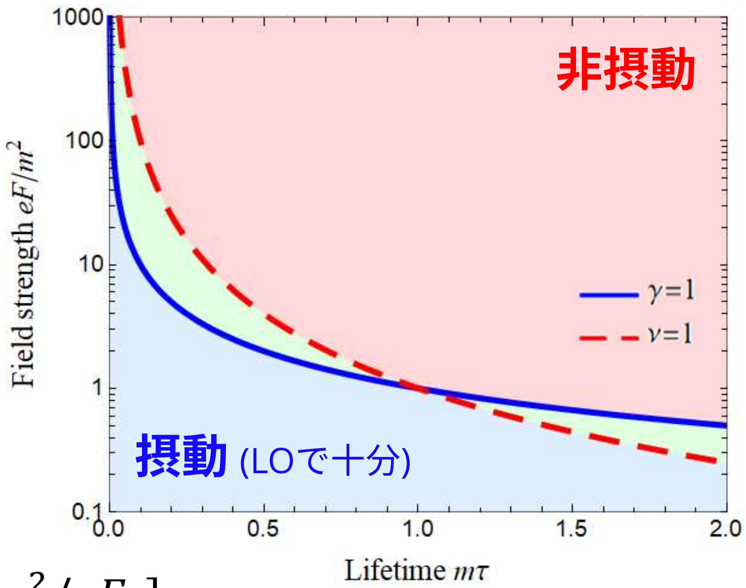
✔ 結論: 2つの無次元量 ("オーダーパラメタ") で非摂動・摂動の遷移が決まる

・もともと3つの次元量 ($eE, \tau \coloneqq 1/\Omega, m$) があるから

無次元量2つで物理はすべて決まる

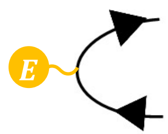
$\gamma = \frac{m\Omega}{eE}$: Keldysh パラメータ

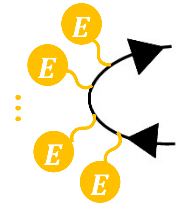
$\nu = \frac{eE\tau}{\Omega} = \frac{\text{(場がした仕事)}}{\text{(1光子のエネルギー)}} =$ (過程に関与した光子数)



・$\boldsymbol{\gamma \ll 1}$, $\boldsymbol{\nu \gg 1}$ ⇒ 非摂動的なSchwinger機構 $N \sim \exp[-m^2/eE_0]$

$\boldsymbol{\gamma \gg 1}$, $\boldsymbol{\nu \ll 1}$ ⇒ 摂動的な多光子粒子生成 $N \sim (eE_0/m^2)^{2n}$





準備(3/3): 摂動的な粒子生成の重要性

✔ **電場が速くなると、素朴なSchwingerの公式からズレる**

- 遅い (非摂動的) ⇒ 強い指数関数的な抑制 $N\sim \exp[-m^2/eE_0]$
- 速い (摂動的) ⇒ 弱い冪的な抑制 $N\sim(eE_0/m^2)^{2n}$

準備(3/3): 摂動的な粒子生成の重要性

✔ 電場が速くなると、素朴なSchwingerの公式からズレる

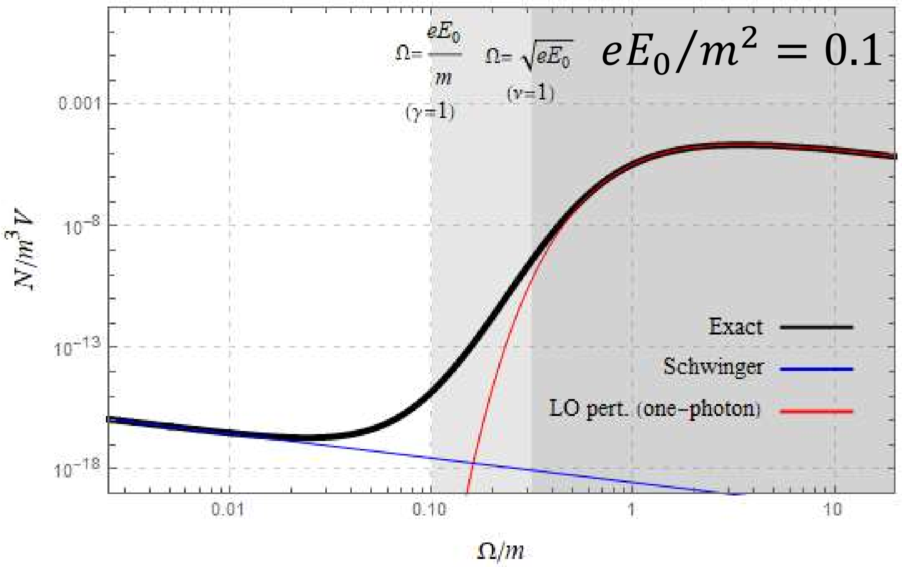
- 遅い (非摂動的) ⇒ 強い指数関数的な抑制 $N \sim \exp[-m^2/eE_0]$
- 速い (摂動的) ⇒ 弱い冪的な抑制 $N \sim (eE_0/m^2)^{2n}$

✔ (電場がそんなに強くないときは $eE_0 \lesssim m^2$) 速い電場の方がたくさん粒子を作る

- 具体例: 寿命$\tau = 1/\Omega$のパルス電場での粒子生成

(Sauter電場$eE(t) = \dfrac{eE_0}{\cosh^2(\Omega t)}$)

[HT, Fujiii, Itakura (2014)] [HT, Fujimori, Misumi, Nitta, Sakai (2020)]

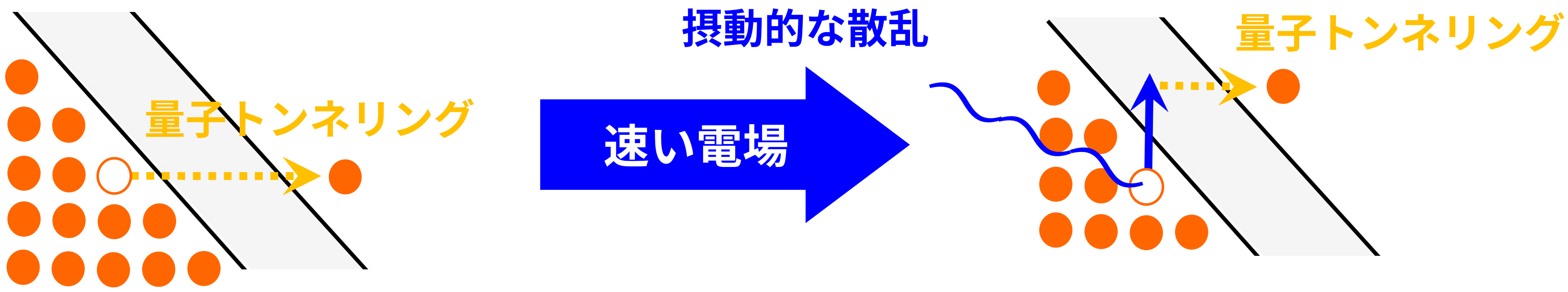


- 応用例: 弱い電場(例: レーザー)で粒子を作りたいなら、速い電場を利用すると良さそう
  ⇒ Dynamically assisted Schwinger effect

Dynamically assisted Schwinger effect (1/3): アイデア

[Dunne, Gies, Schutzhold (2008), (2009)]
半導体のFranz-Keldysh効果のアナログ

速い電場を重ねれば、遅い電場が弱くても、粒子をたくさん作れる



$N \sim \exp[-\# \times (\text{ギャップの長さ}) \times (\text{ギャップの高さ})]$ **⇒ 粒子生成の増大**

摂動的な1光子散乱で減る

Dynamically assisted Schwinger effect (2/3): 定式化

[HT (2018)] [Huang, HT (2019)]

ゴール	$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_{\mathbf{s}} + \boldsymbol{\mathcal{E}}_{\mathbf{f}}$ をかけたときの粒子生成
	全体の電場 ／ 強く遅い電場 ／ 弱く速い電場
	* 他の外場や粒子生成的な問題でも同じ定式化が使えたりする 動的カシミア効果 [HT (2020)]　Kibble-Zurek機構 [Suzuki , Iwamura (2023)]

Dynamically assisted Schwinger effect (2/3): 定式化

[HT (2018)] [Huang, HT (2019)]

ゴール

$E = E_\mathrm{s} + \mathcal{E}_\mathrm{f}$ をかけたときの粒子生成

全体の電場　強く遅い電場　弱く速い電場

* 他の外場や粒子生成的な問題でも同じ定式化が使えたりする
動的カシミア効果 [HT (2020)]　Kibble-Zurek機構 [Suzuki , Iwamura (2023)]

STEP 1

Dirac方程式を E_s について非摂動的に、 $\mathcal{E}_\mathrm{f}$ について摂動的に解く
⇒「Furry描像の摂動論」と業界では呼ばれている [Furry (1951)]

$$[i\partial\!\!\!/ - e A\!\!\!/_\mathrm{s} - m]\hat{\psi} = e\mathcal{A}\!\!\!/_\mathrm{f}\hat{\psi}$$

$$\Rightarrow\ \hat{\psi}(x) = \hat{\psi}^{(0)}(x) + \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y^4 S_\mathrm{R}(x,y) e\mathcal{A}\!\!\!/_\mathrm{f}(y)\hat{\psi}^{(0)}(y) + O(|e\mathcal{A}_\mathrm{f}|^2)$$

ここで、$\hat{\psi}^{(0)}$ と S_R は、E_s に非摂動的にドレスされている

$$[i\partial\!\!\!/ - e A\!\!\!/_\mathrm{s} - m]\hat{\psi}^{(0)} = 0$$

$$[i\partial\!\!\!/ - e A\!\!\!/_\mathrm{s} - m] S_\mathrm{R}(x,y) = \delta^4(x-y)$$

Dynamically assisted Schwinger effect (2/3): 定式化

STEP 2

in/outでの消滅演算子$\hat{a}^{\text{in/out}}_{\boldsymbol{p},s}$, $\hat{b}^{\text{in/out}}_{\boldsymbol{p},s}$ を場 $\hat{\psi}$ から定義する

cf. ペスキンの章末問題

$$\begin{pmatrix} \hat{a}^{\text{in/out}}_{\boldsymbol{p},s} \\ \hat{b}^{\text{in/out}\dagger}_{-\boldsymbol{p},s} \end{pmatrix} \equiv \lim_{t\to-\infty/+\infty} \int \mathrm{d}^3\boldsymbol{x} \begin{pmatrix} (u_{\boldsymbol{p},s}\mathrm{e}^{-i\omega_{\boldsymbol{p}}t}\mathrm{e}^{i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}})^\dagger \\ (v_{\boldsymbol{p},s}\mathrm{e}^{+i\omega_{\boldsymbol{p}}t}\mathrm{e}^{i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}})^\dagger \end{pmatrix} \hat{\psi}(x)$$

Dynamically assisted Schwinger effect (2/3): 定式化

STEP 2 **in/outでの消滅演算子$\hat{a}^{\mathrm{in/out}}_{\boldsymbol{p},s}$, $\hat{b}^{\mathrm{in/out}}_{\boldsymbol{p},s}$ を場 $\hat{\psi}$ から定義する**

cf. ペスキンの章末問題

$$\begin{pmatrix} \hat{a}^{\mathrm{in/out}}_{\boldsymbol{p},s} \\ \hat{b}^{\mathrm{in/out}\dagger}_{-\boldsymbol{p},s} \end{pmatrix} \equiv \lim_{t\to-\infty/+\infty} \int \mathrm{d}^3\boldsymbol{x} \begin{pmatrix} (u_{\boldsymbol{p},s}\mathrm{e}^{-i\omega_{\boldsymbol{p}}t}\mathrm{e}^{i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}})^\dagger \\ (v_{\boldsymbol{p},s}\mathrm{e}^{+i\omega_{\boldsymbol{p}}t}\mathrm{e}^{i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}})^\dagger \end{pmatrix} \hat{\psi}(x)$$

$\Rightarrow$ **in/outの演算子は同じでない $\hat{\boldsymbol{o}}^{\mathrm{in}}_{\boldsymbol{p},s} \neq \hat{\boldsymbol{o}}^{\mathrm{out}}_{\boldsymbol{p},s}$** 。Bogoliubov変換で結びつく。

$$\begin{pmatrix} \hat{a}^{\mathrm{out}}_{\boldsymbol{p},s} \\ \hat{b}^{\mathrm{out}\dagger}_{-\boldsymbol{p},s} \end{pmatrix} = \sum_{s'} \int \mathrm{d}^3\boldsymbol{p}' \begin{pmatrix} \alpha_{\boldsymbol{p},s;\boldsymbol{p}',s'} & \beta_{\boldsymbol{p},s;\boldsymbol{p}',s'} \\ -\beta^*_{\boldsymbol{p},s;\boldsymbol{p}',s'} & \alpha^*_{\boldsymbol{p},s;\boldsymbol{p}',s'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}^{\mathrm{in}}_{\boldsymbol{p}',s'} \\ \hat{b}^{\mathrm{in}\dagger}_{-\boldsymbol{p}',s'} \end{pmatrix}$$

Bogoliubov係数は、$e\mathcal{A}_{\mathrm{f}}$ のLOで、

$$\alpha_{\boldsymbol{p},s;\boldsymbol{p}',s'} = \int \mathrm{d}^3\boldsymbol{x}\, {}_{+}\psi^{(0)\mathrm{out}\dagger}_{\boldsymbol{p},s}\, {}_{+}\psi^{(0)\mathrm{in}}_{\boldsymbol{p}',s'} - i\int d^4x\, {}_{+}\bar{\psi}^{(0)\mathrm{out}}_{\boldsymbol{p},s}\, e\not{\mathcal{A}}_{\mathrm{f}}\, {}_{+}\psi^{(0)\mathrm{in}}_{\boldsymbol{p}',s'} + \cancel{O(|e\mathcal{A}_{\mathrm{f}}|^2)}$$

$$\beta_{\boldsymbol{p},s;\boldsymbol{p}',s'} = \int \mathrm{d}^3\boldsymbol{x}\, {}_{-}\psi^{(0)\mathrm{out}\dagger}_{\boldsymbol{p},s}\, {}_{+}\psi^{(0)\mathrm{in}}_{\boldsymbol{p}',s'} - i\int d^4x\, {}_{-}\bar{\psi}^{(0)\mathrm{out}}_{\boldsymbol{p},s}\, e\not{\mathcal{A}}_{\mathrm{f}}\, {}_{+}\psi^{(0)\mathrm{in}}_{\boldsymbol{p}',s'} + \cancel{O(|e\mathcal{A}_{\mathrm{f}}|^2)}$$

ここで、${}_{\pm}\psi^{(0)\mathrm{i}\ \ /\mathrm{out}}_{\boldsymbol{p},s}$ は **$e\boldsymbol{A}_{\mathrm{s}}$にフルにドレスされた解**

$$[i\not{\partial} - e\not{A}_{\mathrm{s}} - m]\, {}_{\pm}\psi^{(0)\mathrm{i}\ \ /\mathrm{out}}_{\boldsymbol{p},s} = 0 \quad \text{w/} \lim_{t\to-\infty/+\infty} \begin{pmatrix} {}_{+}\psi^{(0)\mathrm{in/out}}_{\boldsymbol{p},s} \\ {}_{-}\psi^{(0)\mathrm{i}\ \ /\mathrm{out}}_{\boldsymbol{p},s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{\boldsymbol{p},s}\mathrm{e}^{-i\omega_{\boldsymbol{p}}t}\mathrm{e}^{i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}} \\ v_{\boldsymbol{p},s}\mathrm{e}^{-i\omega_{\boldsymbol{p}}t}\mathrm{e}^{i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}} \end{pmatrix}$$

Dynamically assisted Schwinger effect (2/3): 定式化

STEP 3 **数演算子の期待値を評価する**

$$\frac{\mathrm{d}^3 N_e}{\mathrm{d}\boldsymbol{p}^3} \equiv \left\langle \mathrm{vac;in} \middle| a_{\boldsymbol{p},s}^{\mathrm{out}\dagger} a_{\boldsymbol{p},s}^{\mathrm{out}} \middle| \mathrm{vac;in} \right\rangle = \sum_{s'} \int \mathrm{d}^3\boldsymbol{p}' \left| \beta_{\boldsymbol{p},s;\boldsymbol{p}',s'} \right|^2$$

興味ある状況: $\boldsymbol{E}_s$ 十分遅い ≈ 定常電場と近似してよい

⇒ Dirac方程式は解析的に解けるので ${}_{\pm}\psi_{\boldsymbol{p},s}^{(0)\mathrm{in/out}}$ は知っている

⇒ $\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{p},s;\boldsymbol{p}',s'}$ **は厳密に計算できる**

Dynamically assisted Schwinger effect (2/3): 定式化

STEP 3 **数演算子の期待値を評価する**

$$\frac{\mathrm{d}^3 N_e}{\mathrm{d}\boldsymbol{p}^3} \equiv \langle \mathrm{vac};\mathrm{in} | a^{\mathrm{out}\dagger}_{\boldsymbol{p},s} a^{\mathrm{out}}_{\boldsymbol{p},s} | \mathrm{vac};\mathrm{in} \rangle = \sum_{s'} \int \mathrm{d}^3\boldsymbol{p}' \left| \beta_{\boldsymbol{p},s;\boldsymbol{p}',s'} \right|^2$$

興味ある状況: $\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}$ 十分遅い ≈ 定常電場と近似してよい

⇒ Dirac方程式は解析的に解けるので $_{\pm}\psi^{(0)\mathrm{i}\ \ /\mathrm{out}}_{\boldsymbol{p},s}$ は知っている

⇒ $\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{p},\boldsymbol{s};\boldsymbol{p}',\boldsymbol{s}'}$ **は厳密に計算できる**

✔ 細かいコメント

- 数演算子の期待値を直接計算 = 粒子生成数 ≠ 真空崩壊率 Im L [Cohen, McGady (2008)]

$$= \sum_n n P_{n\ \mathrm{pair}} \qquad\qquad = \sum_n P_{n\ \mathrm{pair}}$$

- $_{\pm}\psi^{(0)\mathrm{in/out}}_{\boldsymbol{p},s}$の厳密解を知らない場合は、WKB波動関数を使って近似的な評価ができたりする

- 数値的評価が難しい、速い電場が時空間に依存する場合も解析評価可能

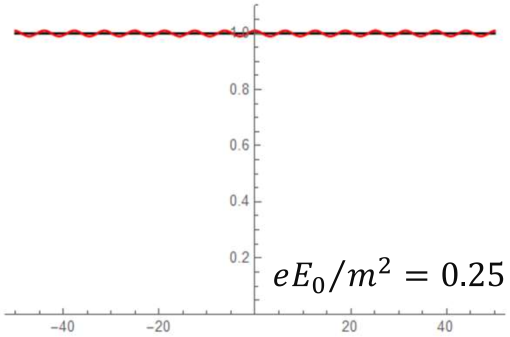
(しかし、電場をスケール分離できない場合は適用できず、ちゃんと偏微分方程式を解くしかない
⇒ なので、open question。機械学習とか賢いソルバーが使えたりしない？)

- スケール分離があいまいになってくると(例: 速い電場の周波数を遅くするような赤外極限)、赤外発散がしばしば出る ⇐ 現象論的に取除けるが、厳密な処理は少なくとも田屋は知らない

Dynamically assisted Schwinger effect (3/3): 結果

電場の配位

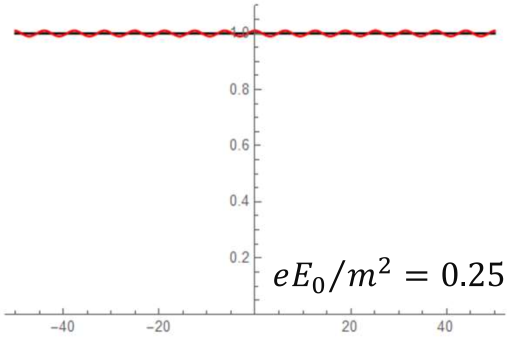
$$E = E_0\left(1 + \frac{1}{100}\cos\Omega t\right)$$

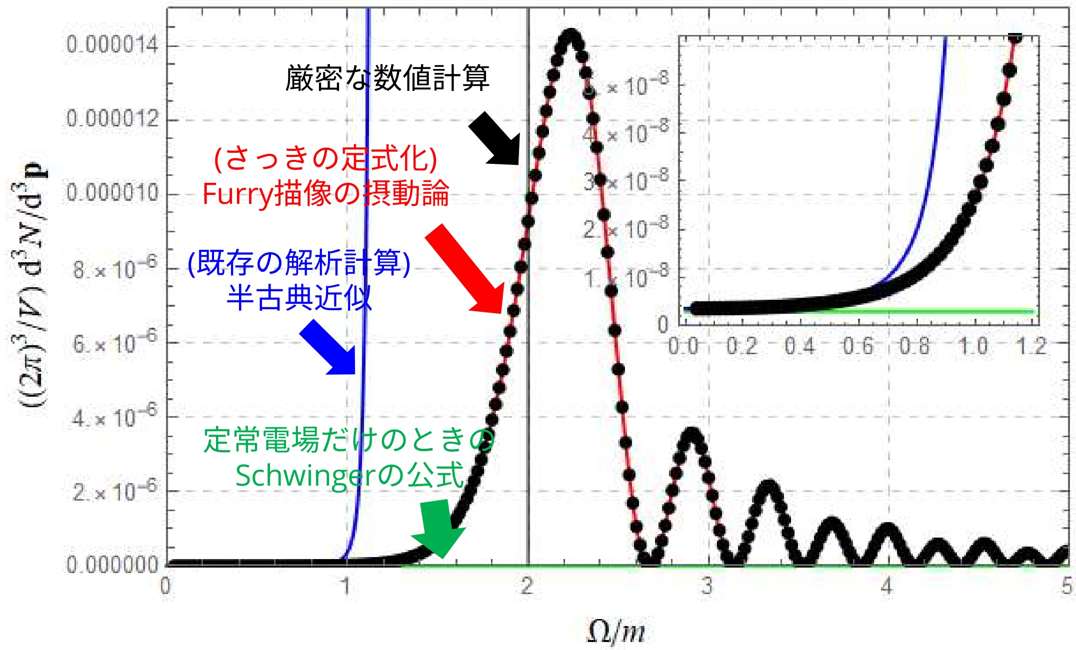


Dynamically assisted Schwinger effect (3/3): 結果

電場の配位

$$E = E_0\left(1 + \frac{1}{100}\cos\Omega t\right)$$





✔ 技術的にわかったこと

- Furry描像の摂動論はすごい ⇐ 既存の解析計算(半古典近似)では無理な領域も解析計算可に

✔ 物理としてわかったこと

- 予想通り: 速い電場がとても弱くても、たしかにとても増大する
- 予想外: 高周波領域に行くと、振動する ⇐ 強い電場中の 真空構造と関係 (次のスライド)

✔ 現象論 (特にレーザー) としてうれしいこと

- レーザーは強くなっているが、まだSchwinger機構の直接検証は絶望的 ⇒「工夫」が必須

  $N \propto \exp\left[-\#\frac{m^2}{eE}\right]$ ⇒ 1ペア作るのに10^{3500} 年 (>> 宇宙年齢 10^{10} 年！)

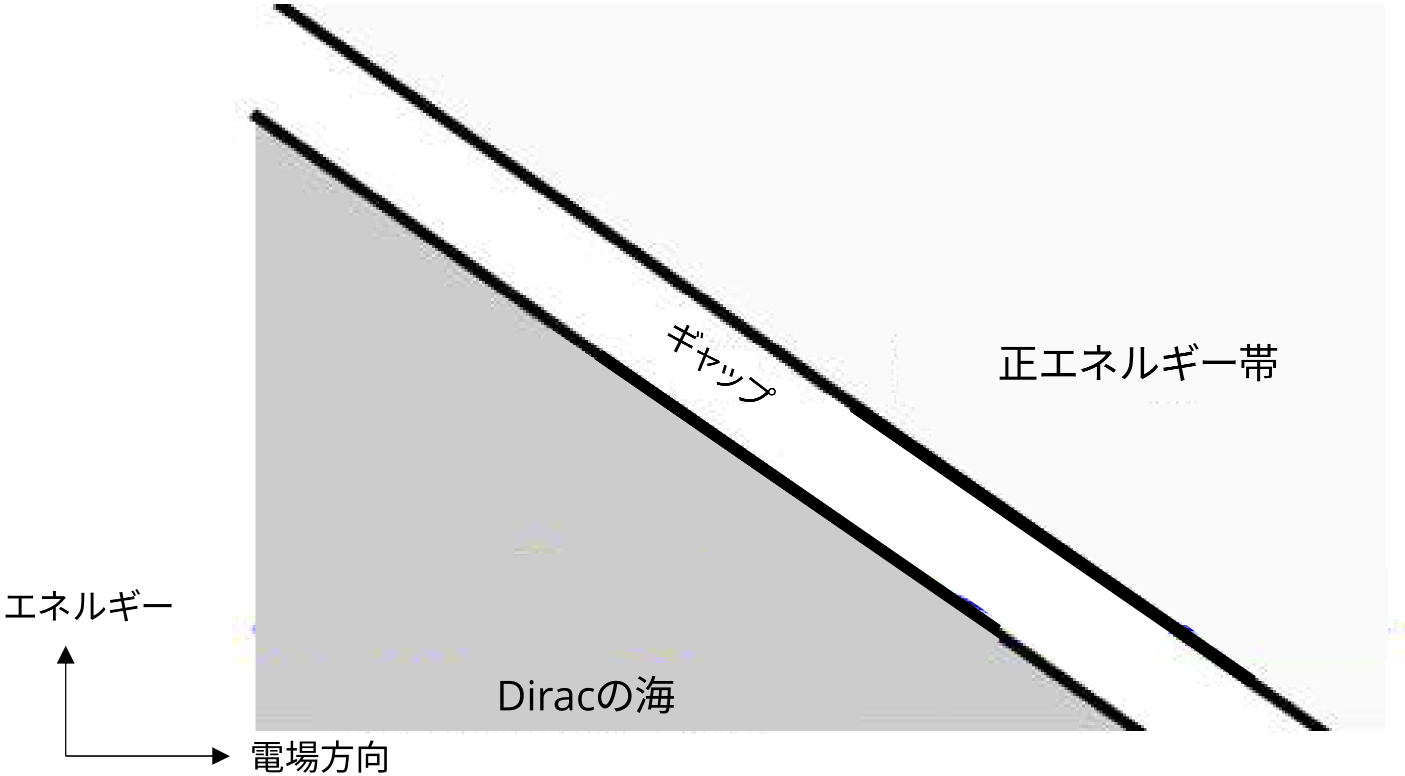
  [HT, Ironside (2023)]
- もし $\Omega \sim 2m_e \sim 1$ MeV のゼプト秒光源 (γ線領域) ⇒ レーザー + ゼプト秒光源で、1ペア/1日くらい！

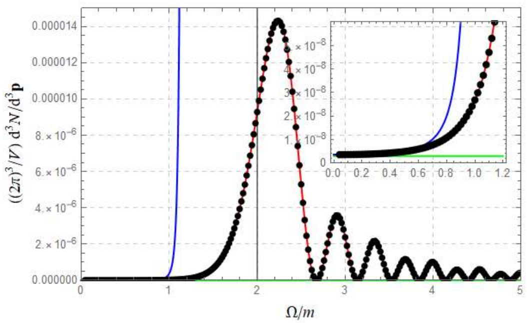
⇒ 時(空)間依存性をうまく使って電磁場をデザインすればSchwinger機構が近い将来見えるかも

振動の物理描像: 強い電場中の "ゆがんだ" QED真空

強い場があると真空 (≈ Diracの海) はゆがむ (= 真空偏極)

⇐ 動的にアシストされたSchwinger機構の粒子数スペクトルに強く反映

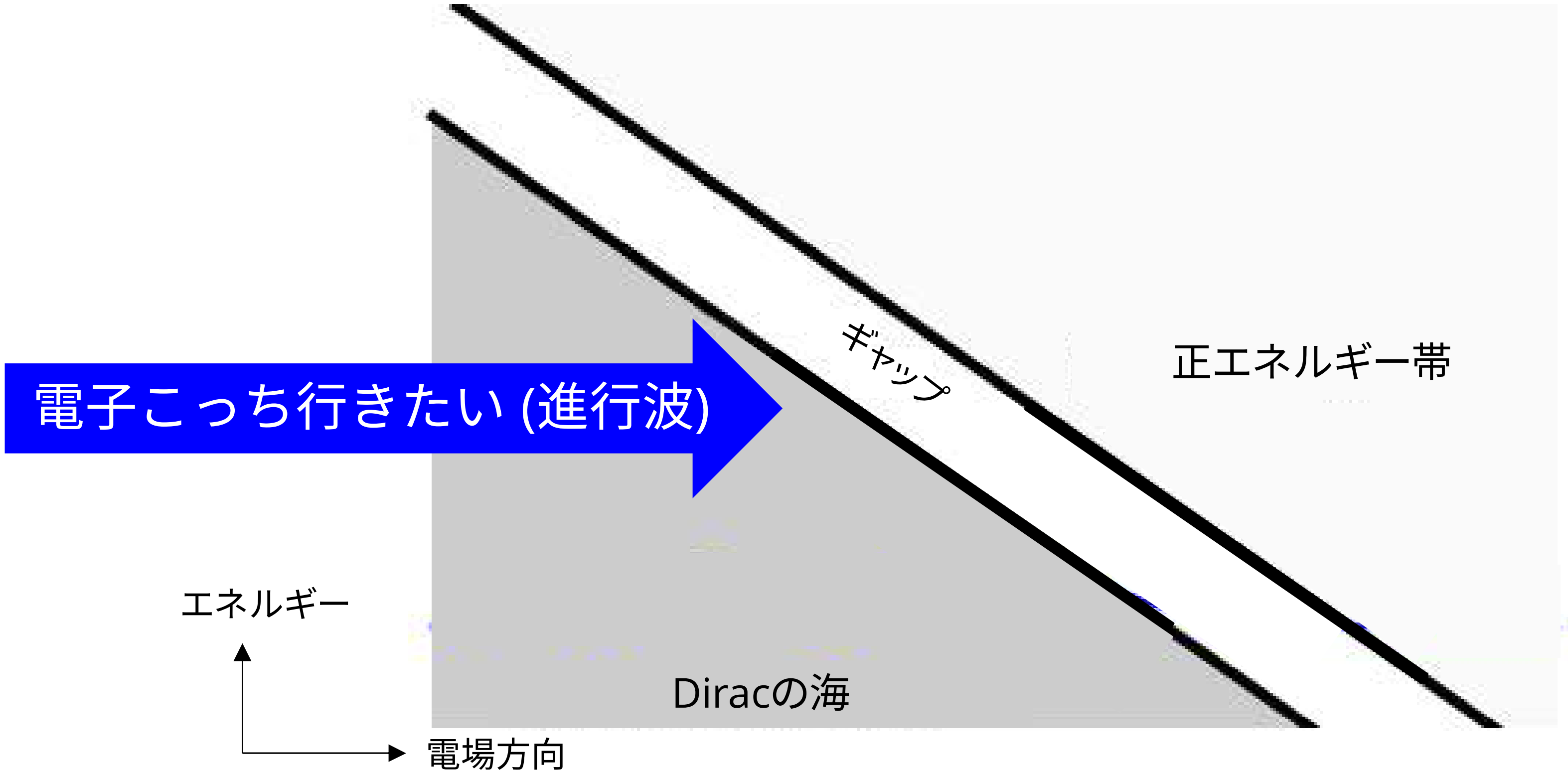


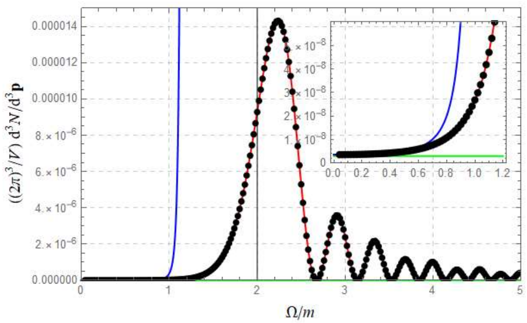


振動の物理描像: 強い電場中の "ゆがんだ" QED真空

強い場があると真空 (≈ Diracの海) はゆがむ (= 真空偏極)

⇐ 動的にアシストされたSchwinger機構の粒子数スペクトルに強く反映

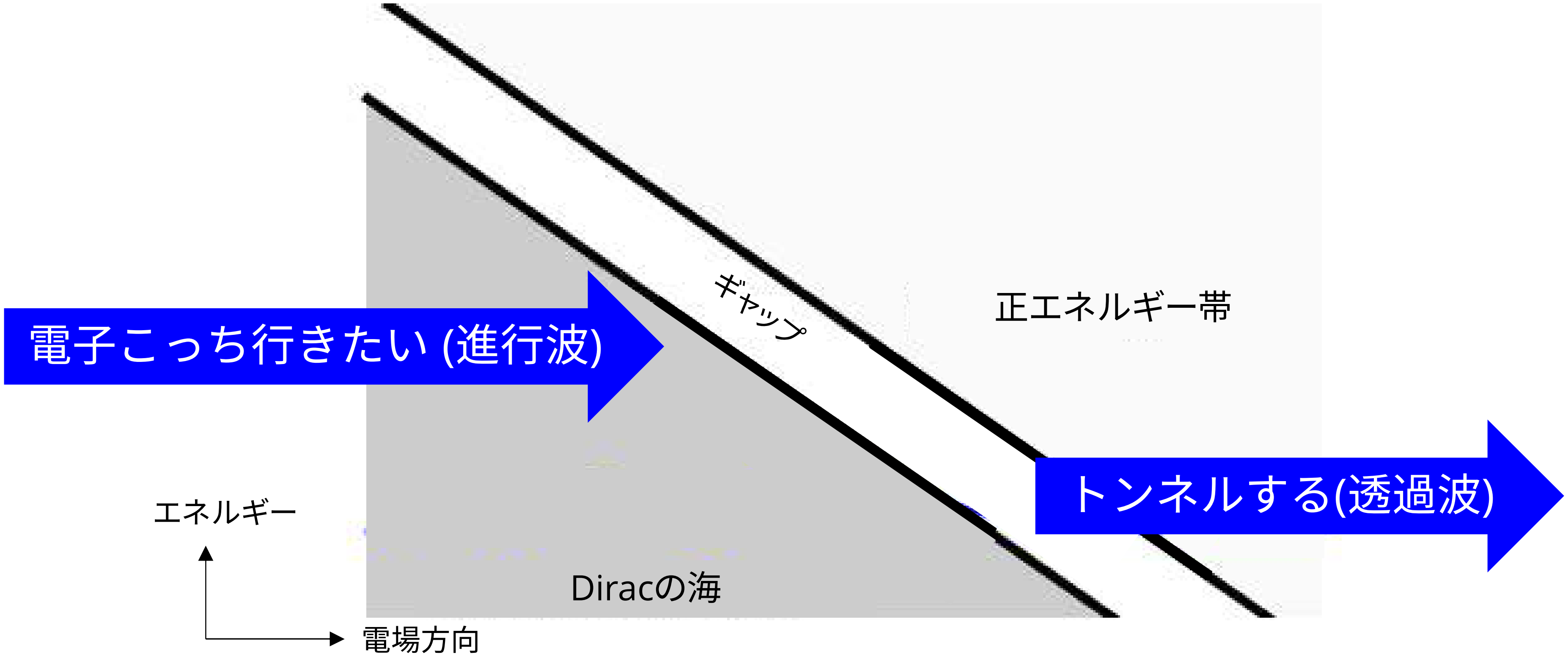


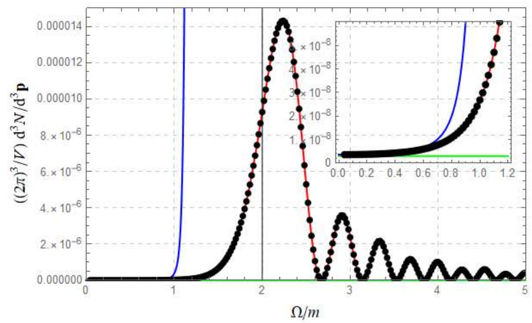


振動の物理描像: 強い電場中の "ゆがんだ" QED真空

強い場があると真空 (≈ Diracの海) はゆがむ (= 真空偏極)

⇐ 動的にアシストされたSchwinger機構の粒子数スペクトルに強く反映

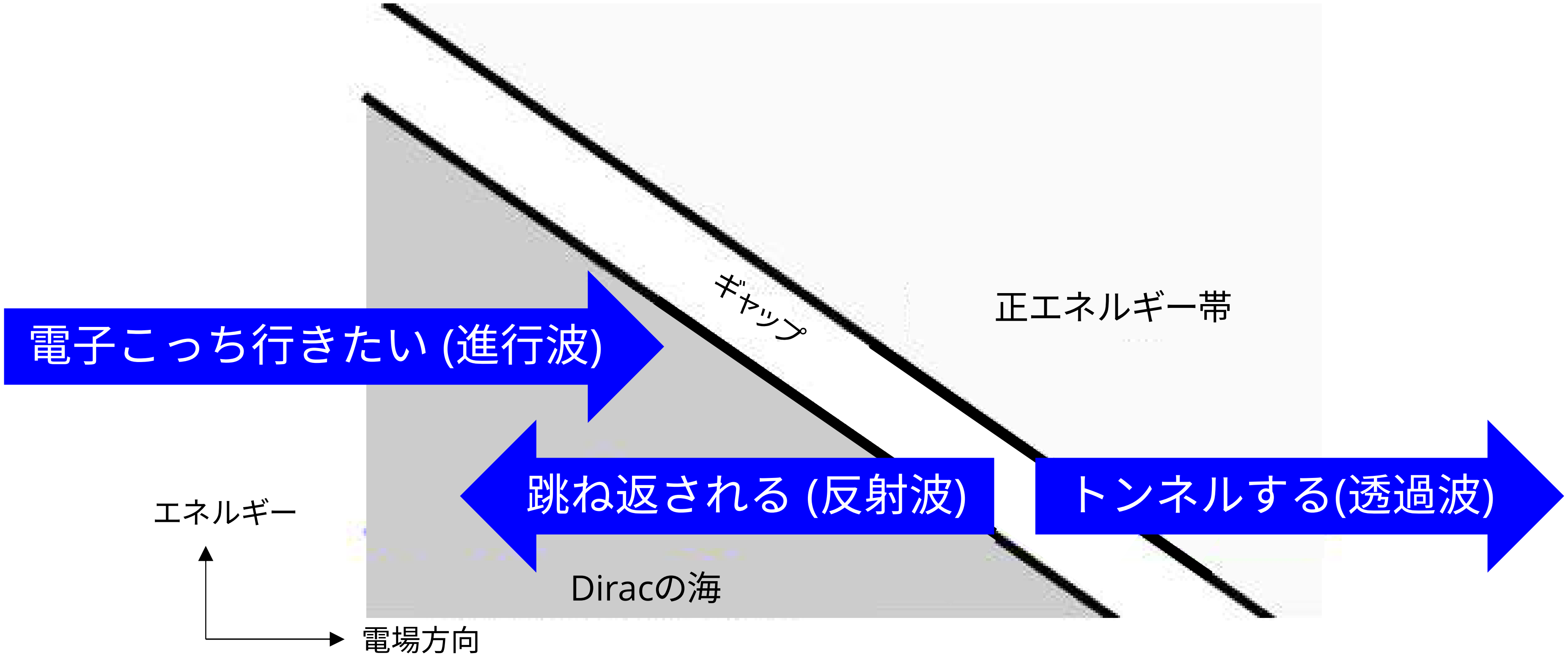


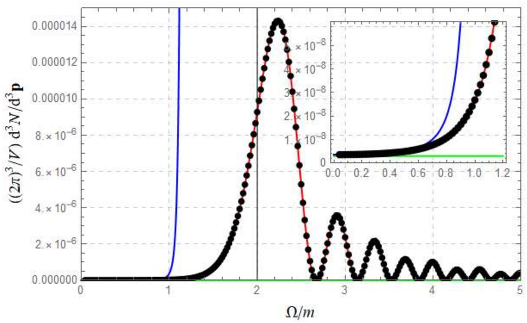


振動の物理描像: 強い電場中の "ゆがんだ" QED真空

強い場があると真空 (≈ Diracの海) はゆがむ (= 真空偏極)

⇐ 動的にアシストされたSchwinger機構の粒子数スペクトルに強く反映

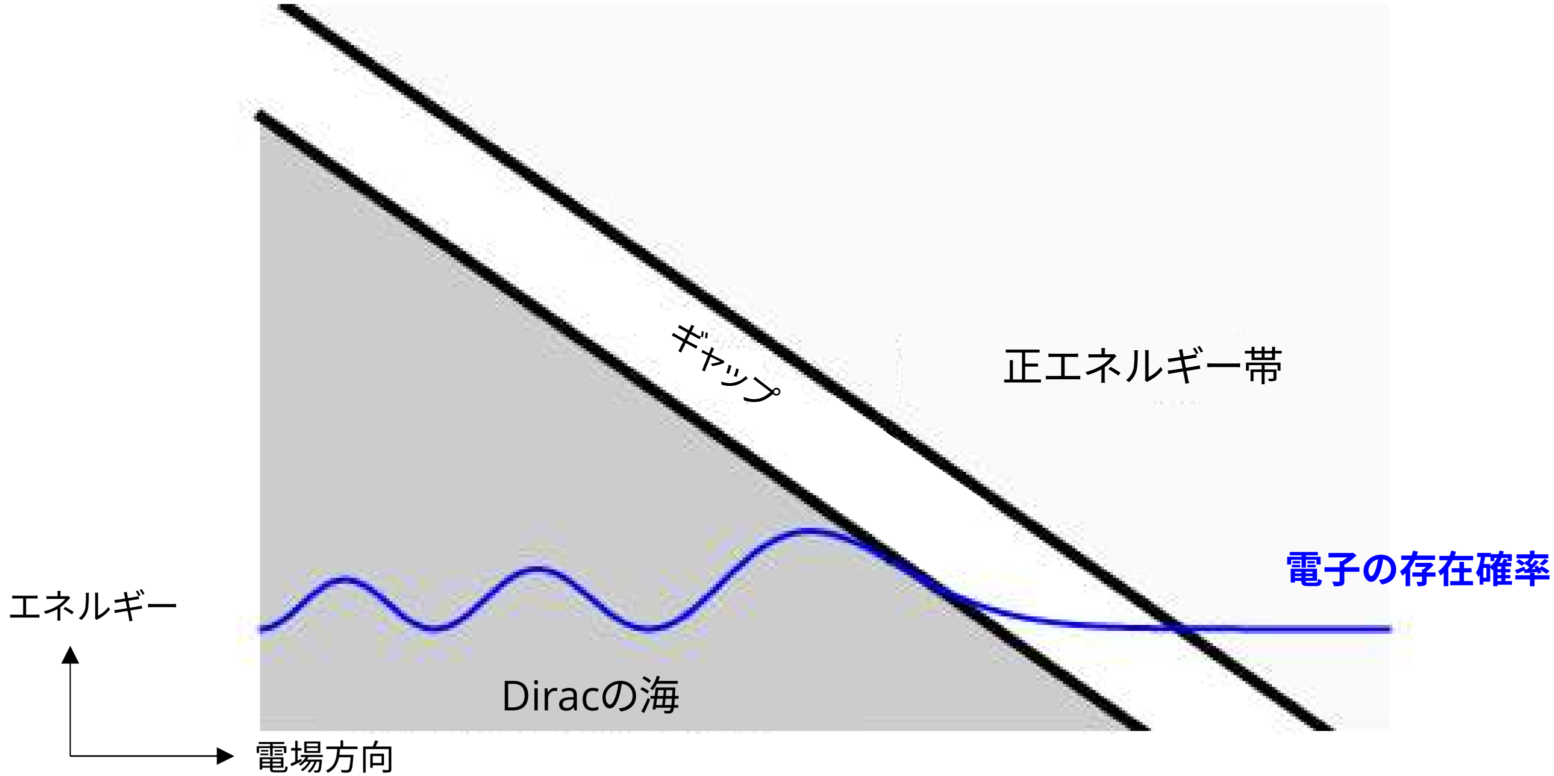


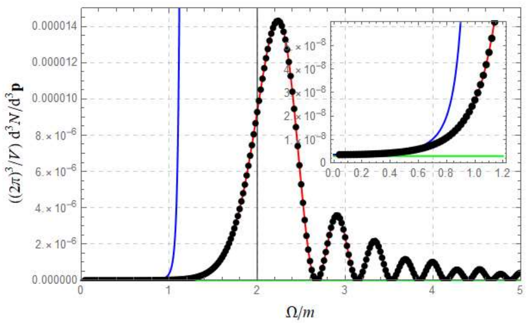


振動の物理描像: 強い電場中の "ゆがんだ" QED真空

強い場があると真空 (≈ Diracの海) はゆがむ (= 真空偏極)

⇐ 動的にアシストされたSchwinger機構の粒子数スペクトルに強く反映

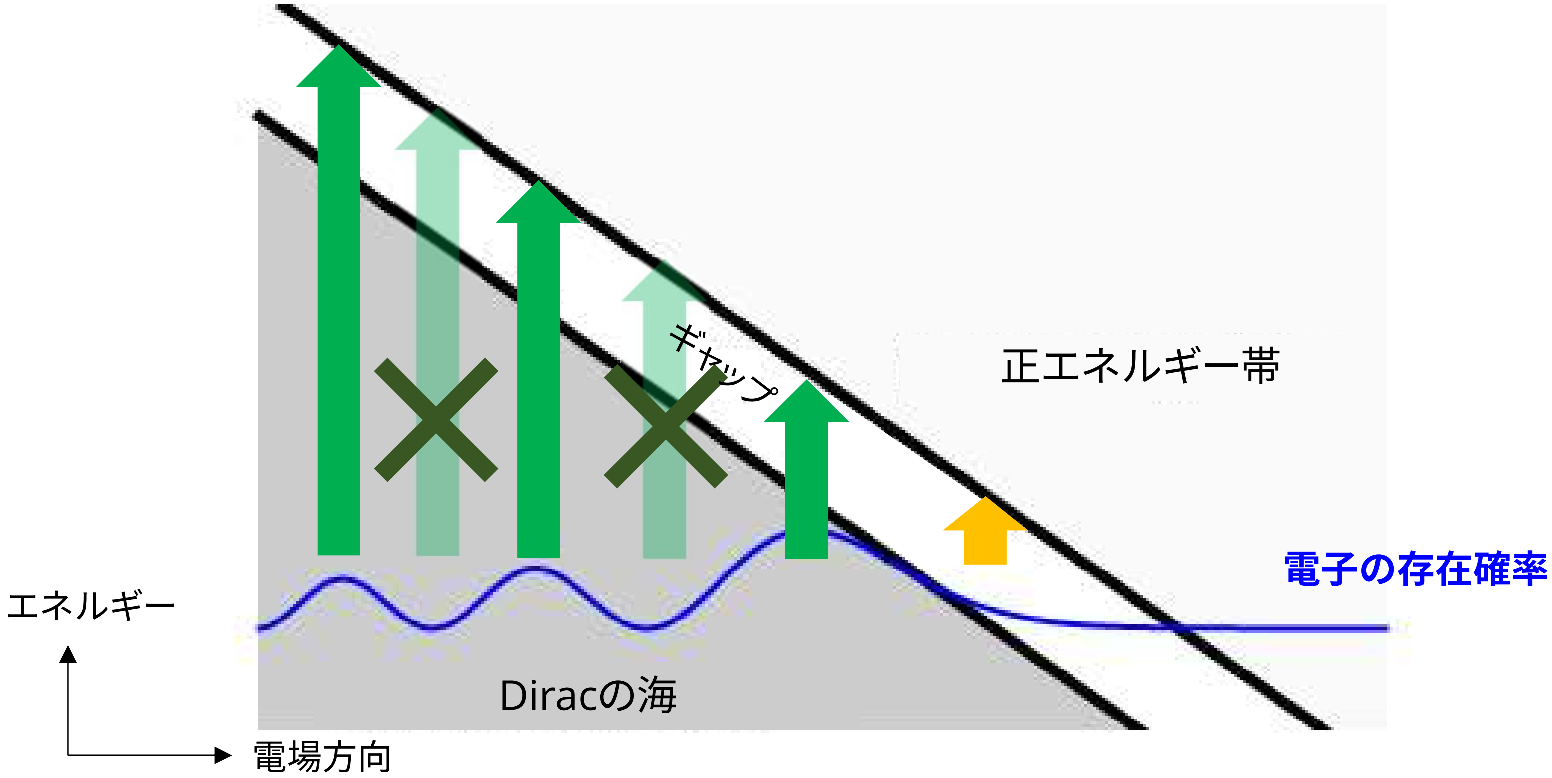




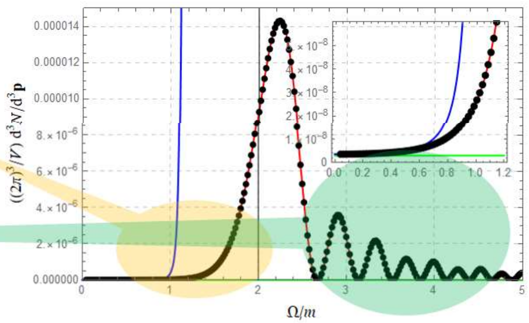
振動の物理描像: 強い電場中の "ゆがんだ" QED真空

強い場があると真空 (≈ Diracの海) はゆがむ (= 真空偏極)

⇐ 動的にアシストされたSchwinger機構の粒子数スペクトルに強く反映



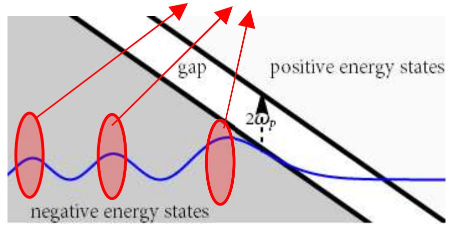
- 量子トンネリング ⇒ 粒子生成の増大
- 量子反射 ⇒ 粒子生成の振動



QED真空のゆがみと真空複屈折

教訓: 真空のゆがみは、Schwinger機構だけでなく、真空の上で起こるいろんな物理過程に影響

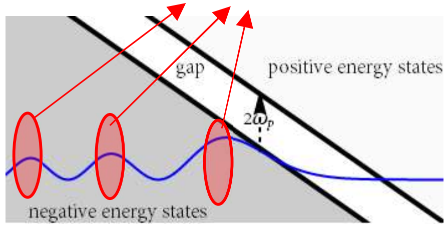
確率密度が大きい ⇒ より影響



QED真空のゆがみと真空複屈折

教訓: 真空のゆがみは、Schwinger機構だけでなく、真空の上で起こるいろんな物理過程に影響

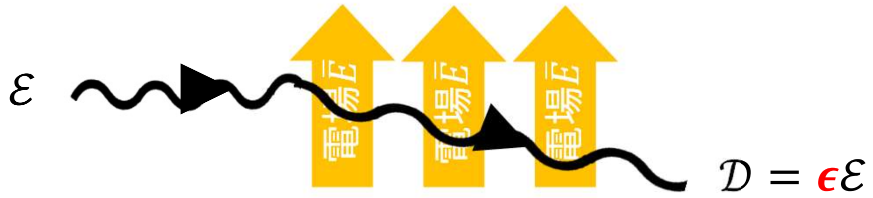
確率密度が大きい ⇒ より影響



例) 強い電場中の誘電率 ϵ

[HT, Ironside (2023)]

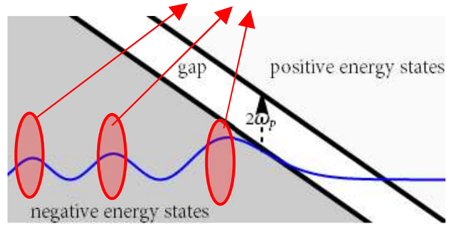
cf. 強い磁場中の屈折率
[Hattori, Itakura (2013)]



QED真空のゆがみと真空複屈折

教訓: 真空のゆがみは、Schwinger機構だけでなく、真空の上で起こるいろんな物理過程に影響

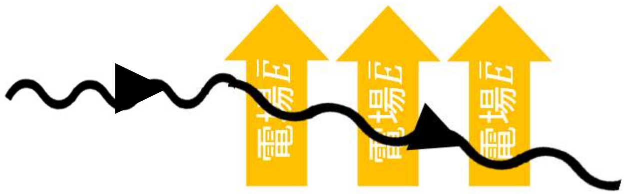
確率密度が大きい ⇒ より影響



例) 強い電場中の誘電率 ϵ

[HT, Ironside (2023)]

cf. 強い磁場中の屈折率
[Hattori, Itakura (2013)]



理論:

- 電磁気学いわく $\mathcal{D} = \mathcal{E} + P$ で $\dot{P} = J$ なので電流 J を計算 ⇒  の評価に帰着
- 虚部: Dynamically assisted Schwinger による粒子生成と対応:

Im  $\approx \left| \right.$  $\left. \right|^2 \approx N$

- 実部: 因果律 ⇒ Kramers-Kronigの関係式を使えば虚部から構築可

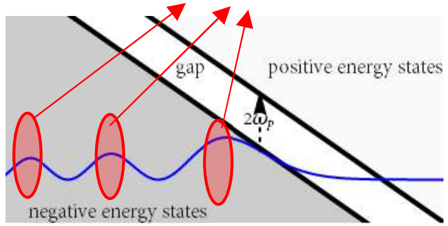
$$\mathrm{Re}\,\epsilon(\omega) = \frac{1}{\pi}\mathrm{P.V.}\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}\omega' \frac{1}{\omega' - \omega} \mathrm{Im}\,\epsilon(\omega')$$

Opticsで良く使う計算法
(cf. electroreflectance)

QED真空のゆがみと真空複屈折

教訓: 真空のゆがみは、Schwinger機構だけでなく、真空の上で起こるいろんな物理過程に影響

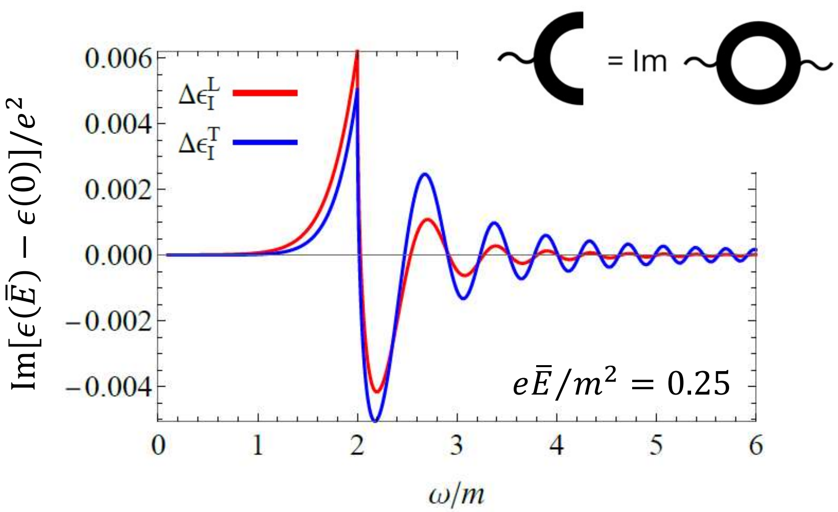
確率密度が大きい ⇒ より影響



結果:

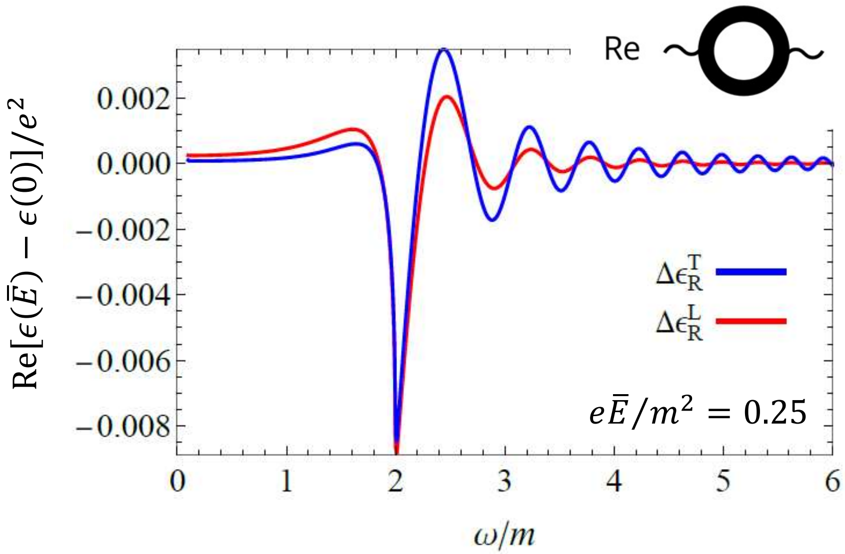
誘電率の虚部

(dynamically assisted SchwingerのNに対応)

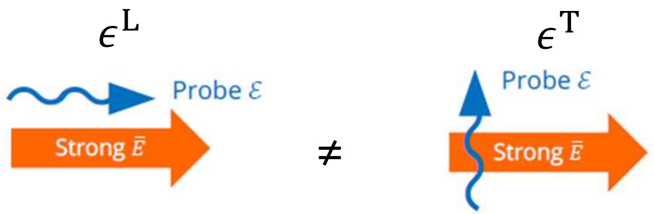


Kramers-Kronig
関係式

誘電率の実部



- 振動する様子 ⇐ QED真空のゆがみ
- 電場の方向で応答が違う = 真空複屈折
  - よく見ると、振動の場所は変わらない ⇐ 真空のゆがみはプローブの向きには依らない



目次

1. 導入:「強い電磁場の物理」と「Schwinger機構」のレビュー
2. メイン: 時間依存があるとSchwinger機構はどう変わるか？
    - 準備: 摂動・非摂動的粒子生成の遷移
    - Dynamically assisted Schwinger effect
    - 真空複屈折
3. まとめ

まとめ

✔ 問題・状況設定

QED真空に「強い電場」をかける

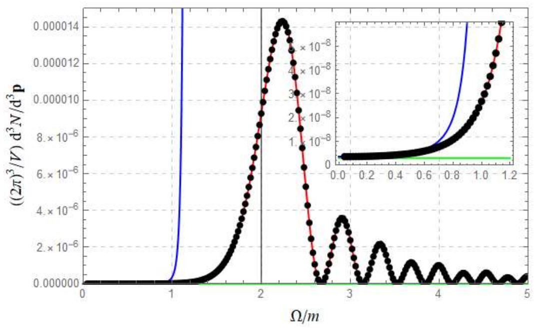
- 最近のレーザーの高強度化に伴いホット。極限物理の理解でもしばしば大事
- いろんなおもしろいことが起きる (=: 強い場の物理) ⇒ 例: Schwinger機構

✔ 今日のトークでやったこと

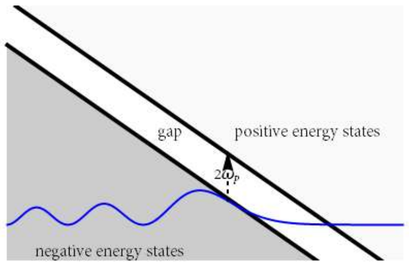
強い電磁場が時間依存する状況の解析 (道具: Furry描像の摂動論)

⇒ ほんの少しでも時間依存すると、物理は**劇的に**変わって楽しい

例1) 時間依存性による粒子生成の爆発的な増大
(:= dynamically assisted Schwinger effect)



例2) 真空構造の変化
と真空複屈折



⇒