2022/11/2 京都大学セミナー

調和振動子ポテンシャル中の粒子による重力の量子性の検証

名古屋大学理学研究科理学専攻 QG研
郭　優佳
共同研究者: 前田新也、南部保貞、大澤悠生

Based on arXiv: gr-qc/2207.11848

目次

- 導入

  重力の量子性の検証/ Ramsey干渉とは？

- 調和振動子ポテンシャル中の粒子による重力の量子性の検証

  セットアップ/ 計算/ 結果: Ramsey干渉のデコヒーレンス、対数ネガティビティ

- 議論

  重力とクーロン力の違い/ 観測可能性

- まとめ

導入

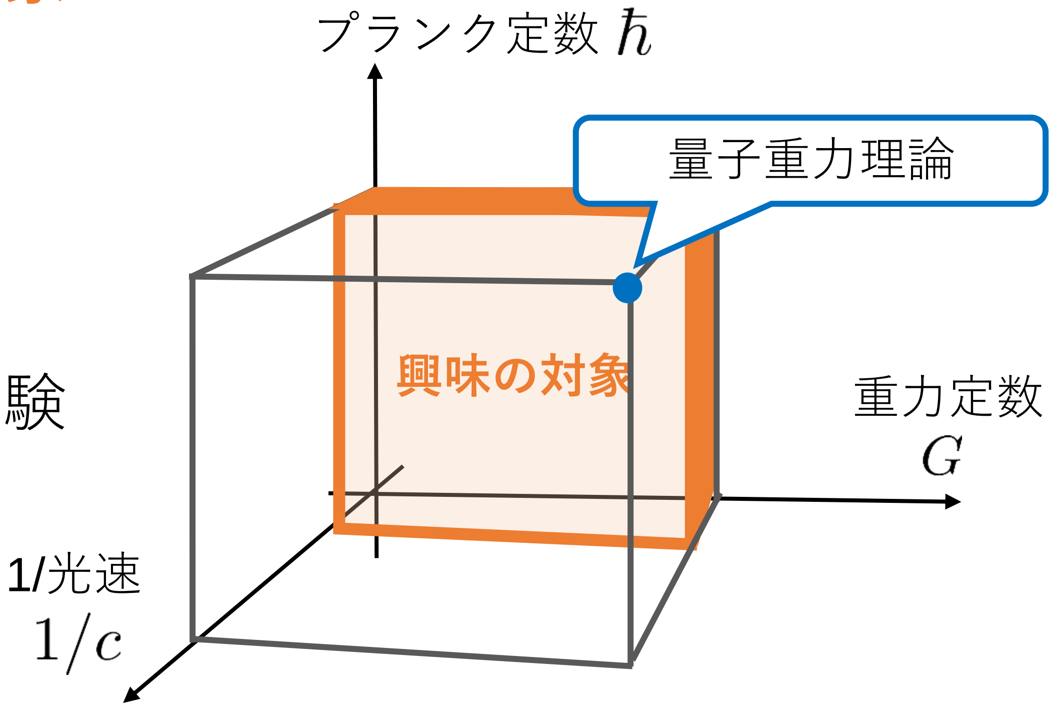
重力の量子性の検証

- 重力の量子論はよく分かっていない
- 量子重力を探るためには、実験事実が不可欠！
- 量子重力理論 ∋ 量子力学の枠組みにおける非相対論的な重力理論

興味の対象

非相対論的な重力の量子的性質を検証実験で明らかにしよう

Bose et al., Marletto, Vederal による提案: BMV実験

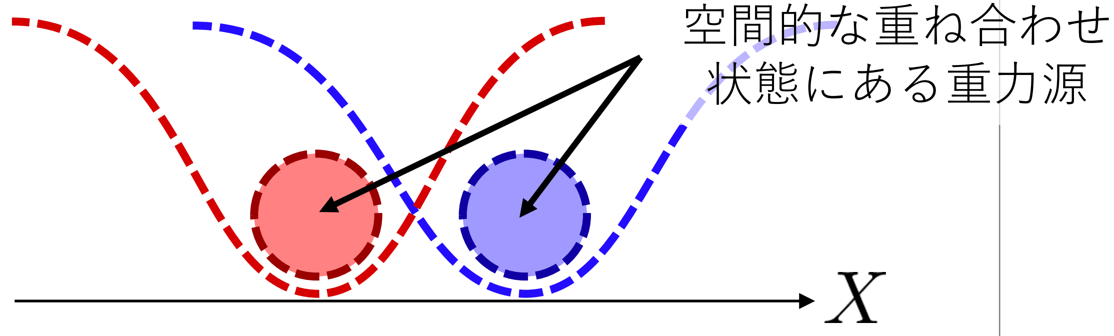


重力の量子性の検証実験

Feynman (1957), Zeh (2008)

「重力源が重ね合わせ状態のとき、重力場も重ね合わさるか？」 を明らかにしたい

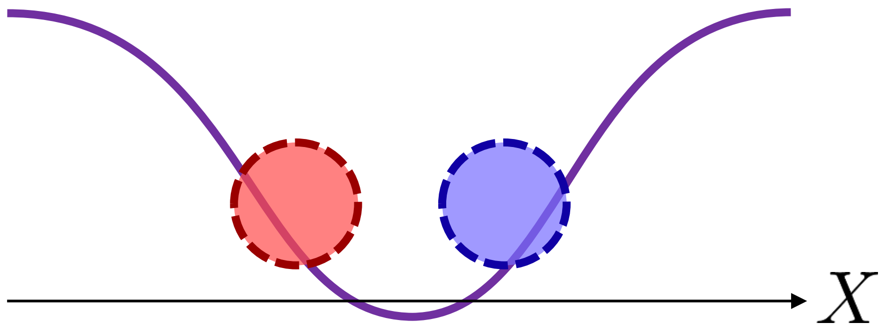
Yes → 量子化された重力 (QG)



x におけるニュートンポテンシャルが重力源系に対する**演算子**として作用

$$\Phi(\hat{x}, \hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$$

No → 準古典的な重力 (CG)



x におけるニュートンポテンシャルが重力源系に対する**c-数**として作用

$$\Phi(\hat{x}) = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$$

言い換えれば、

「重力ポテンシャルが重力源の演算子を含む/ 含まないか？」 を明らかにしたい

BMV実験

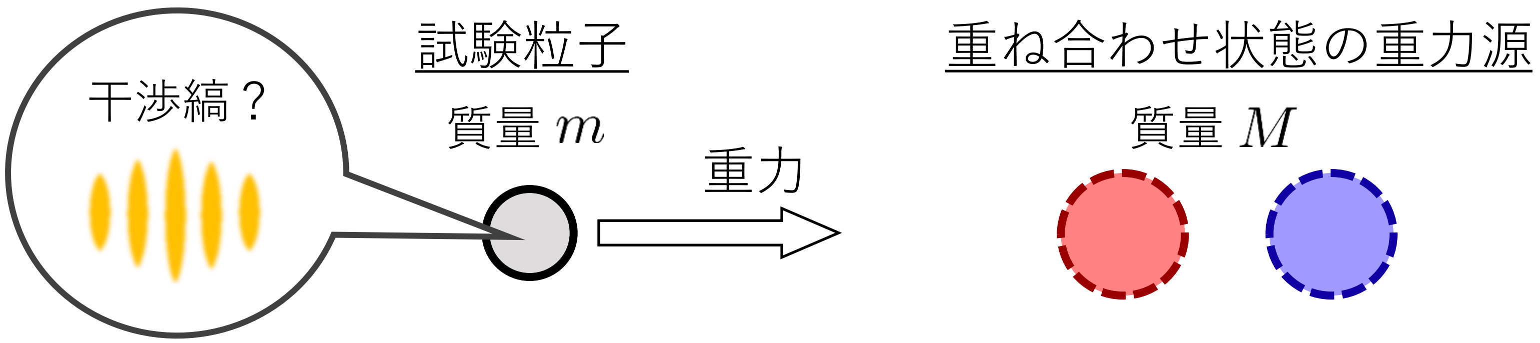
Bose et al. (2017), Marletto, Vedral (2017)
Carney, Muller, Taylor (2021)

- 主旨

  重力が及ぼす粒子の干渉縞の観測から、ニュートン重力の重ね合わせが実現するか否かを検証する

- セットアップ

  空間的な重ね合わせ状態にある重力源と相互作用する粒子を用意し、時間発展後の試験粒子の位置の測定を行う。



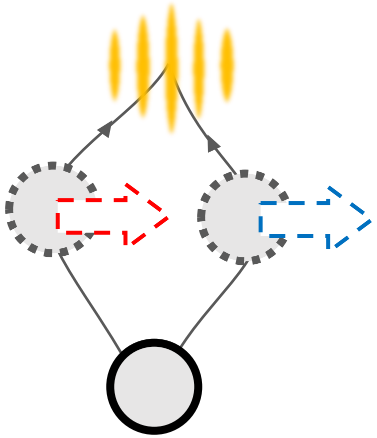
初期状態: $|\psi\rangle \quad \otimes \quad (|L\rangle + |R\rangle)$

セパラブル状態
(２つの系の直積で書ける状態)

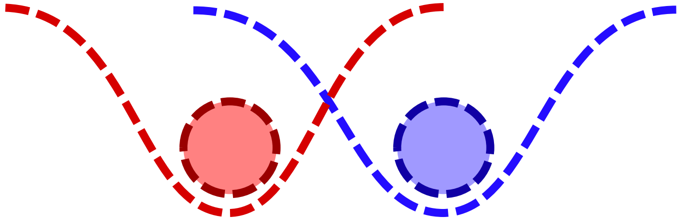
BMV実験

Bose et al. (2017), Marletto, Vedral (2017)
Carney, Muller, Taylor (2021)

QG



$$\Phi(\hat{x}, \hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$$



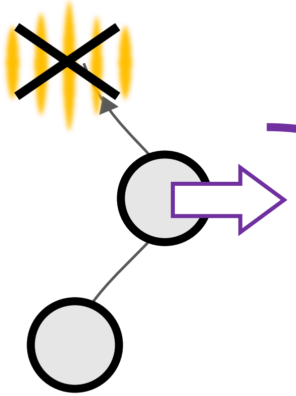
$$e^{-im\Phi t/\hbar}|\psi\rangle \otimes (|L\rangle + |R\rangle)$$
$$= \underline{e^{\phi_L}|\psi\rangle \otimes |L\rangle + e^{\phi_R}|\psi\rangle \otimes |R\rangle}$$

量子もつれ状態へ発展

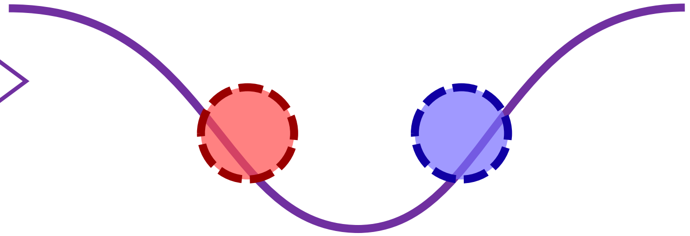
$$(\phi_j = -im\Phi(\hat{x}, j)t/\hbar)$$

⇒ QGによって干渉縞ができる

CG



$$\Phi(\hat{x}) = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$$



$$e^{-im\Phi t/\hbar}|\psi\rangle \otimes (|L\rangle + |R\rangle)$$
$$= \underline{e^{\phi}|\psi\rangle \otimes (|L\rangle + |R\rangle)}$$

セパラブル状態のまま

$$(\phi = -im\Phi(\hat{x})t/\hbar)$$

⇒ 干渉縞は見えない

BMV実験

Bose et al. (2017), Marletto, Vedral (2017)
Carney, Muller, Taylor (2021)

まとめ

- **QGによって量子もつれが生成し、干渉縞が生じる**
- 干渉縞の有無を見れば、重力の量子性を検証できる

問題点

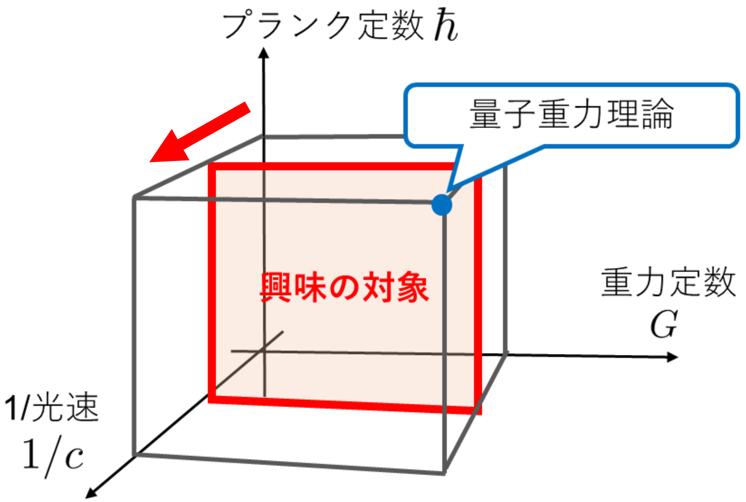
- 重力以外の他の量子相互作用でも、量子もつれは生成され干渉縞が見える。

QG: $\Phi(\hat{x},\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x}-\hat{X}|}$ クーロン力: $A_t(\hat{x},\hat{X}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{|\hat{x}-\hat{X}|}$

- クーロン力が混在すると、BMV実験は機能しない！

重力に固有の量子性を検証する方法はないか？

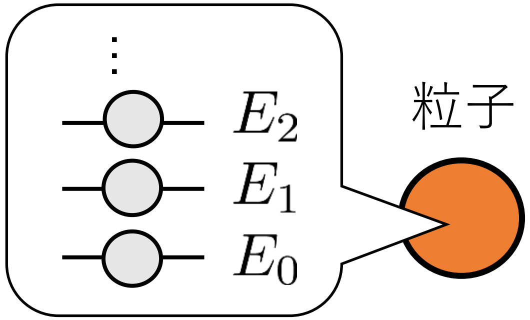
→ 非相対論極限でなく、**少しだけ相対論**の領域を扱う



Ramsey干渉

Ludlow, Boyd, Ye (2015), Ramsey (1950)

- エネルギー準位を内部自由度として持つ粒子を考える
  - 粒子の状態は「重心の状態」$\otimes$「内部のエネルギー状態」で決定される
  - 粒子の全静止質量は $\hat{m} = \underbrace{m_0}_{\text{重心質量}} + \hat{E}/c^2$

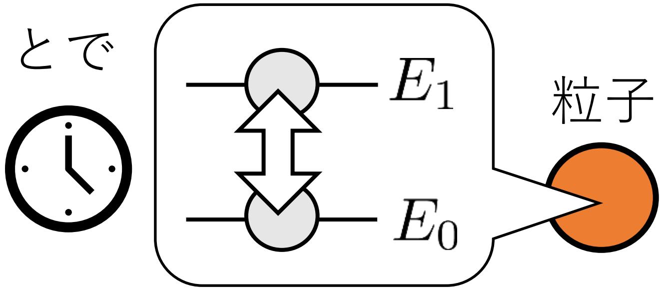


- Ramsey干渉：エネルギー準位差の情報を得るための干渉実験

Ramsey干渉は正確に時間を測る方法として技術が発展している！

エネルギー準位差 ΔE を固有振動の時間周期 T に読みかえることで時間単位の定義にも使われている (⇒Quantum clock)

$$\Delta E/\hbar = \omega = 2\pi T^{-1}$$



Ramsey干渉

Ramsey (1950)

Ramsey干渉の手順

エネルギー２準位を内部自由度に持つ粒子を考える。
粒子の初期状態 $|\Psi_{\mathrm{ini}}\rangle = |\psi_{\mathrm{ini}}\rangle \otimes |E_0\rangle$ に対して
右図のようなプロセスを行う。

– パルス演算子：エネルギー状態を遷移させる

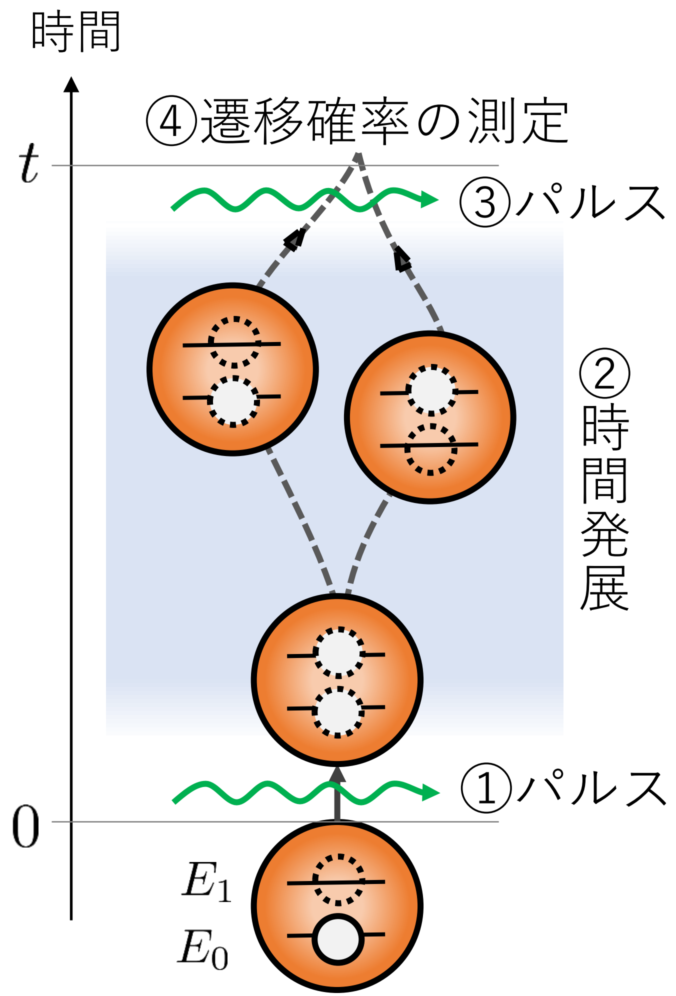
$$\hat{G} = \hat{I} \otimes e^{i\hat{\sigma}_y \pi/4} = \hat{I} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

例) $|E_0\rangle \xrightarrow{\hat{G}} \frac{|E_0\rangle + |E_1\rangle}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\hat{G}} |E_1\rangle \xrightarrow{\hat{G}} \frac{-|E_0\rangle + |E_1\rangle}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\hat{G}} -|E_0\rangle \xrightarrow{\hat{G}} \cdots$

– 時間発展演算子：

$$\hat{U}(t) = e^{-i\hat{H}t}$$

エネルギー準位が異なると…
⇒質量が異なる
⇒重心の時間発展、世界線も異なる



Ramsey干渉

Ramsey (1950)

Ramsey干渉の手順

終状態は

$$
\begin{aligned}
|\Psi(t)\rangle
&= \hat{G}\,\hat{U}(t)\,\hat{G}\,|\Psi_{\mathrm{ini}}\rangle \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{G}\,\hat{U}(t)\,|\psi_{\mathrm{ini}}\rangle(|E_0\rangle + |E_1\rangle) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{G}\,\underline{(|\psi_0(t)\rangle|E_0\rangle + |\psi_1(t)|E_1\rangle)} \\
&= \frac{1}{2}\{|\psi_0(t)\rangle(|E_0\rangle + |E_1\rangle) + |\psi_1(t)\rangle(-|E_0\rangle + |E_1\rangle)\}
\end{aligned}
$$

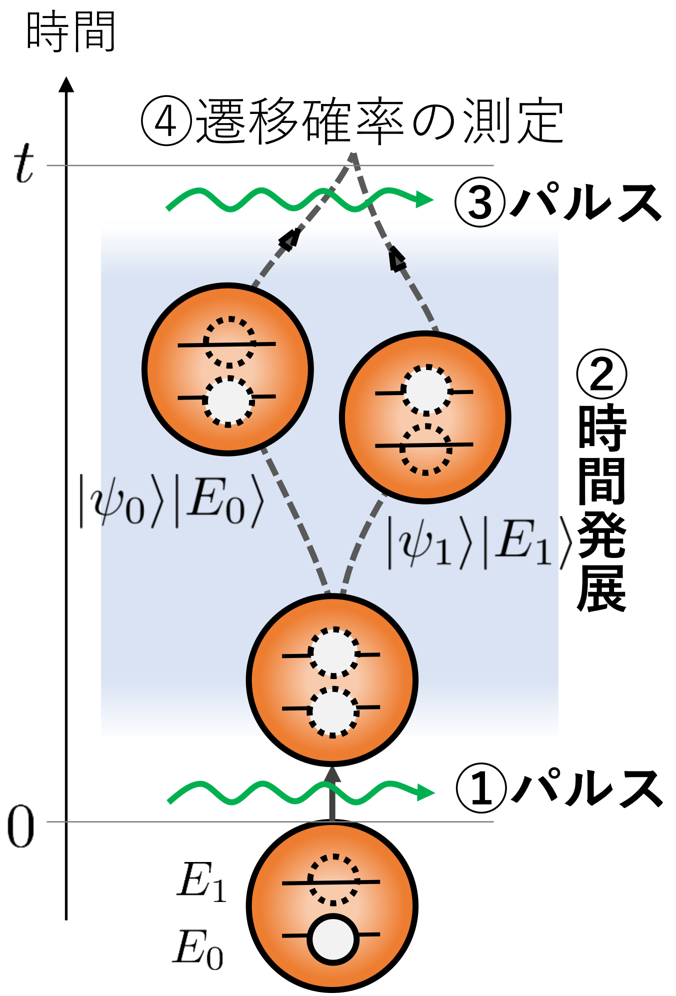
重心-内部系の量子もつれ状態

ただし $|\psi_j(t)\rangle = \langle E_j|\hat{U}(t)|E_j\rangle|\psi_{\mathrm{ini}}\rangle$

メモ

$$|\Psi_{\mathrm{ini}}\rangle = |\psi_{\mathrm{ini}}\rangle \otimes |E_0\rangle$$

$$\hat{G} = \hat{I} \otimes e^{i\hat{\sigma}_y\pi/4} = \hat{I} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$



Ramsey干渉

Ramsey (1950)

<u>Ramsey干渉の手順</u>

$E_0 \to E_1$ の遷移確率は

<u>メモ</u>

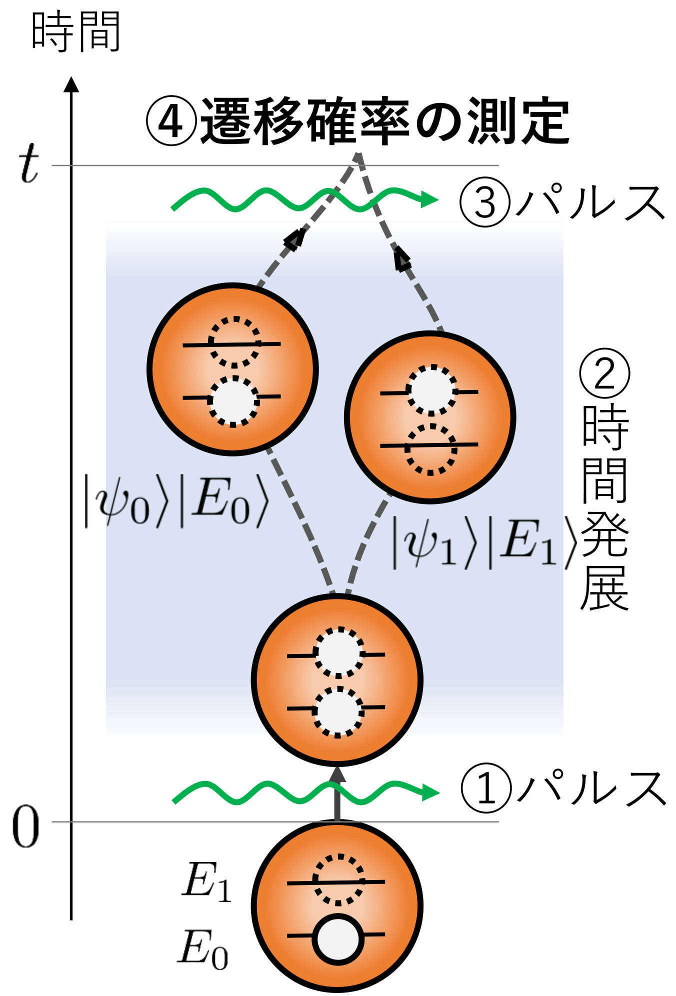
$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{2}\{|\psi_0(t)\rangle(|E_0\rangle + |E_1\rangle) + |\psi_1(t)\rangle(-|E_0\rangle + |E_1\rangle)\}$$

$$\begin{aligned} P(t) &= \mathrm{Tr}\left[\langle E_1|\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|E_1\rangle\right] \\ &= \frac{1}{4}\left(2 + \langle\psi_0(t)|\psi_1(t)\rangle + \langle\psi_1(t)|\psi_0(t)\rangle\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(1 + \underline{\mathrm{Re}\left[\langle\psi_0(t)|\psi_1(t)\rangle\right]}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(1 + |\mathcal{V}(t)|\cos\Theta(t)\right) \end{aligned}$$

エネルギー準位差で出来た２つの世界線の干渉項
→ Ramsey干渉

ただし、 $|\mathcal{V}(t)| := |\langle\psi_0(t)|\psi_1(t)\rangle|$: ビジビリティ

$\Theta(t) := \mathrm{Arg}\left[\langle\psi_0(t)|\psi_1(t)\rangle\right]$



重力によるRamsey干渉のデコヒーレンス

Pikovski, et. al. (2015)
Haustein et. al. (2019)

- 背景時空 $ds^2 \simeq -(1+2\underline{\Phi(\hat{x})}/c^2)dt^2 + (1-2\Phi(\hat{x}/c^2))dx^2$

任意の弱重力ポテンシャル (e.g. 一様重力など)

- エネルギー 2 準位系を持ち自由落下する粒子のハミルトニアン

$$\hat{H}_{\mathrm{free}}(\hat{E}) = \sqrt{-g_{00}(\hat{m}^2c^4 + c^2p^ip_j)} \simeq \hat{m}c^2 + \frac{\hat{p}^2}{2\hat{m}} + \hat{m}\Phi(\hat{x})$$

$$\simeq \underbrace{m_0c^2 + \frac{\hat{p}^2}{2m_0} + m_0\Phi(\hat{x})}_{\text{重心の運動}} + \hat{E}\left\{1 + \underbrace{\frac{1}{c^2}\left(-\frac{\hat{p}^2}{2m_0^2} + \Phi(\hat{x})\right)}_{\text{赤方偏移因子}}\right\}$$

メモ
全静止質量は
$\hat{m} = m_0 + \hat{E}/c^2$

- ビジビリティ (Ramsey干渉の大きさ) $|\mathcal{V}(t)| := |\langle\psi_0(t)|\psi_1(t)\rangle|$

$$|\mathcal{V}(t)| = \left|\langle\psi_{\mathrm{ini}}|e^{i\hat{H}_{\mathrm{free}}(E_0)t/\hbar}e^{-i\hat{H}_{\mathrm{free}}(E_1)t/\hbar}|\psi_{\mathrm{ini}}\rangle\right| \simeq \left|\langle\psi_{\mathrm{ini}}|e^{i(E_0-E_1)\hat{\tau}/\hbar}|\psi_{\mathrm{ini}}\rangle\right| \leq 1$$

固有時間: $\hat{\tau} = \left\{1 + \frac{1}{c^2}\left(-\frac{\hat{p}^2}{2m_0^2} + \Phi(\hat{x})\right)\right\}t$

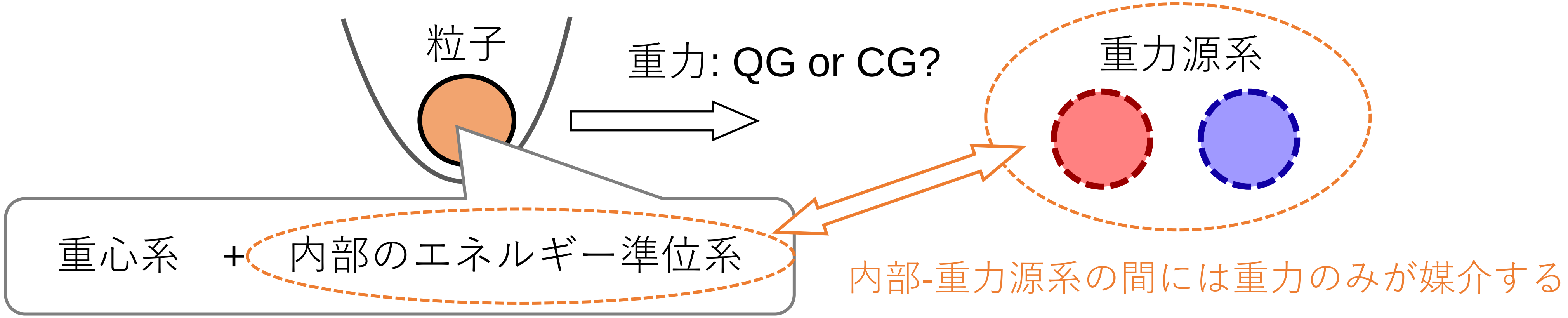
SR・重力による赤方偏移によって
Ramsey干渉が減衰(デコヒーレンス)する

調和振動子ポテンシャル中の粒子による重力の量子性の検証

調和振動子ポテンシャル中の粒子による重力の量子性の検証

<u>主旨</u>

– 重ね合わせ状態の重力源と相互作用する粒子のRamsey干渉実験を考える。



– 弱い等価原理より、質量と結合するのは重力だけ。
  また質量とエネルギーの等価性より、**エネルギーと結合するのは重力だけ**

– 「内部系-重力源系の間の量子もつれ」は重力でしか作れない！

Ramsey干渉で「内部系-重力源系の間の量子もつれ」の有無が検証できれば、

重力に固有の量子性を捉えることができる！

セットアップ

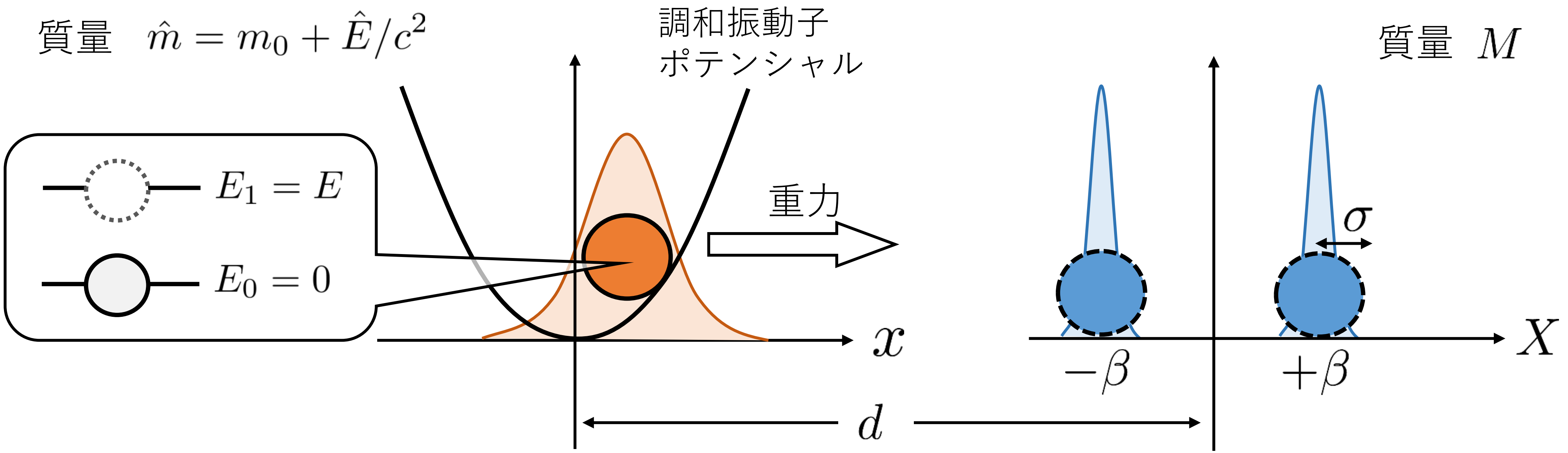
1次元空間上に 位置の重ね合わせ状態にある重力源と、
エネルギー2準位系を内部自由度として持つ粒子を用意する

粒子

- 内部自由度としてエネルギー2準位を持つ
- 調和振動子ポテンシャルに閉じ込め

重力源

- ガウス状態の重ね合わせ
- 時間発展しないと仮定



セットアップ

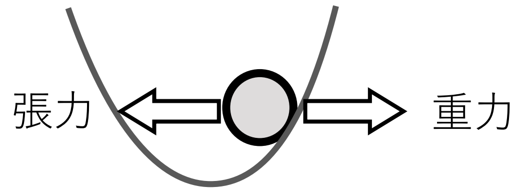
- ハミルトニアン $\hat{H}(\hat{E},\hat{X}) \simeq \hat{m}c^2 + \frac{\hat{p}^2}{2\hat{m}} + \underline{\frac{1}{2}k\hat{x}^2} + \hat{m}\hat{\Phi} + \mathcal{O}(c^{-2})$

  粒子を閉じ込める調和振動子ポテンシャル

$$\text{QG:}\ \Phi(\hat{x},\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x}-(\hat{X}+d)|} \qquad \text{CG:}\ \Phi(\hat{x}) = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x}-(\hat{X}+d)|} \right\rangle_{\text{重力源}}$$

- 初期状態 $\underbrace{|\psi_{\mathrm{ini}}\rangle}_{\text{重心}} \otimes \underbrace{|E_0\rangle}_{\text{内部}} \otimes \underbrace{|\varphi\rangle}_{\text{重力源}}$

平衡状態



ガウス状態の重ね合わせ

$$\frac{1}{\sqrt{N}}\left(|\varphi_{-\beta}\rangle + |\varphi_{+\beta}\rangle\right),$$

$$\varphi_{\pm\beta}(X) = \left(\frac{1}{\pi\sigma^2}\right)^{1/4} e^{-(X\mp\beta)^2/(2\sigma^2)}$$

- QG/CGのそれぞれについてビジビリティを計算

$$|\mathcal{V}(t)| := \left|\mathrm{Tr}_{\text{重力源}}\left[\langle\Psi_0(t)|\Psi_1(t)\rangle\right]\right|, \quad |\Psi_j(t)\rangle = e^{-i\hat{H}(E_j,\hat{X})t/\hbar}|\psi_{\mathrm{ini}}\rangle|\varphi\rangle$$

計算: 量子化された重力

- QG ポテンシャル: $\Phi(\hat{x}, \hat{X}) = -\dfrac{GM}{|\hat{x} - (\hat{X} + d)|}$

$d \gg \langle \hat{x}^2 \rangle, \langle \hat{X}^2 \rangle$ を仮定して次のように展開

$$\hat{m}\hat{\Phi} \simeq -\frac{G\hat{m}M}{|d|}\left(1 + \frac{\hat{x} - \hat{X}}{d}\right)$$

これよりハミルトニアンは

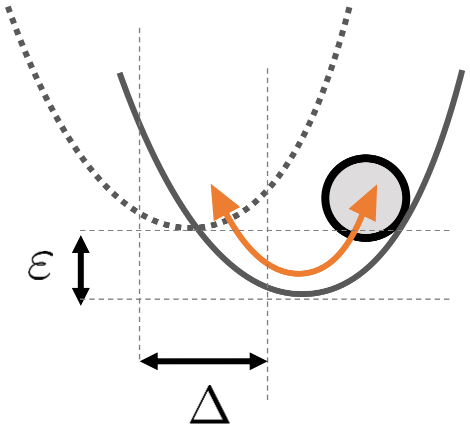
$$\hat{H}(\hat{E}, \hat{X}) \simeq \varepsilon(\hat{E}, \hat{X}) + \frac{\hat{p}^2}{2\hat{m}} + \frac{1}{2}k(\hat{x} - \Delta(\hat{E}))^2 \equiv \varepsilon(\hat{E}, \hat{X}) + \hat{h}(\hat{E})$$

$$\Delta(\hat{E}) = \frac{G\hat{m}M}{kd^2}, \ \varepsilon(\hat{E}, \hat{X}) = \frac{\hat{E}}{c^2}\left(\frac{GM}{|d|}\frac{\hat{X}}{d} + \text{const.}\right)$$

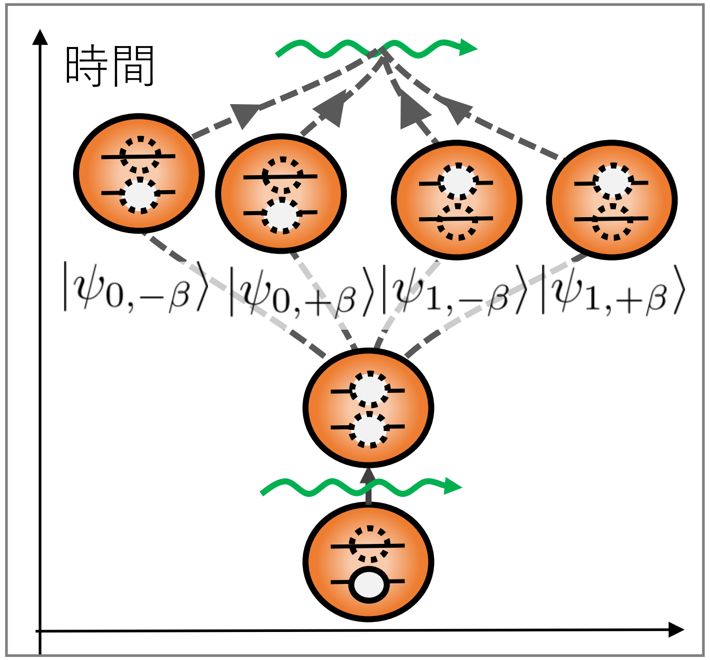
内部系と重力源系の結合項

E_j に付随する状態の時間発展はおおよそ次で与えられる

$$|\Psi_j\rangle \sim \sum_{s=\pm\beta} e^{-i\hat{H}(E_j,s)t/\hbar}|\psi_{\text{ini}}\rangle|\varphi_s\rangle$$



重力によるポテンシャルのシフト



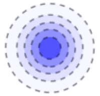
Ramsey干渉における世界線のイメージ

計算: 量子化された重力

- 重心系の時間発展はどうなる？

  (近似展開の高次まで入れて)重心系の時間発展を計算し、位相空間(x,p)平面内に確率分布を描く。

 $|\psi_{0,-\beta}(t)\rangle = e^{-i\hat{h}(E_0,-\beta)t/\hbar}|\psi_{\mathrm{ini}}\rangle$

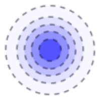
 $|\psi_{0,+\beta}(t)\rangle = e^{-i\hat{h}(E_0,+\beta)t/\hbar}|\psi_{\mathrm{ini}}\rangle$

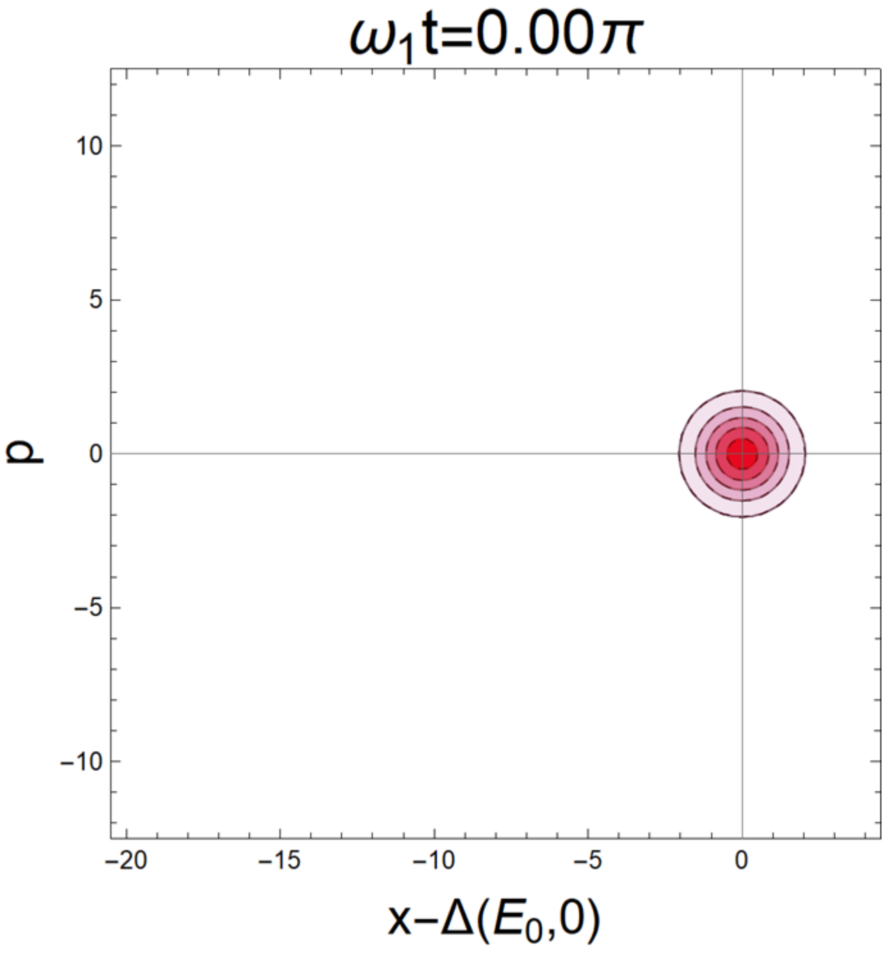
 $|\psi_{1,-\beta}(t)\rangle = e^{-i\hat{h}(E_1,-\beta)t/\hbar}|\psi_{\mathrm{ini}}\rangle$

 $|\psi_{1,+\beta}(t)\rangle = e^{-i\hat{h}(E_1,+\beta)t/\hbar}|\psi_{\mathrm{ini}}\rangle$

: 異なるシフトのポテンシャル中で4通りの振動

$$|\mathcal{V}(t)| \sim |\langle\psi_0(t)|\psi_1(t)\rangle|$$

なので、Ramsey干渉は   と   の4つの状態の重なりを表している。

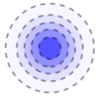


計算: 量子化された重力

- 重心系の時間発展はどうなる？

  (近似展開の高次まで入れて)重心系の時間発展を計算し、位相空間(x,p)平面内に確率分布を描く。

 $|\psi_{0,-\beta}(t)\rangle = e^{-i\hat{h}(E_0,-\beta)t/\hbar}|\psi_{\rm ini}\rangle$

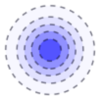
 $|\psi_{0,+\beta}(t)\rangle = e^{-i\hat{h}(E_0,+\beta)t/\hbar}|\psi_{\rm ini}\rangle$

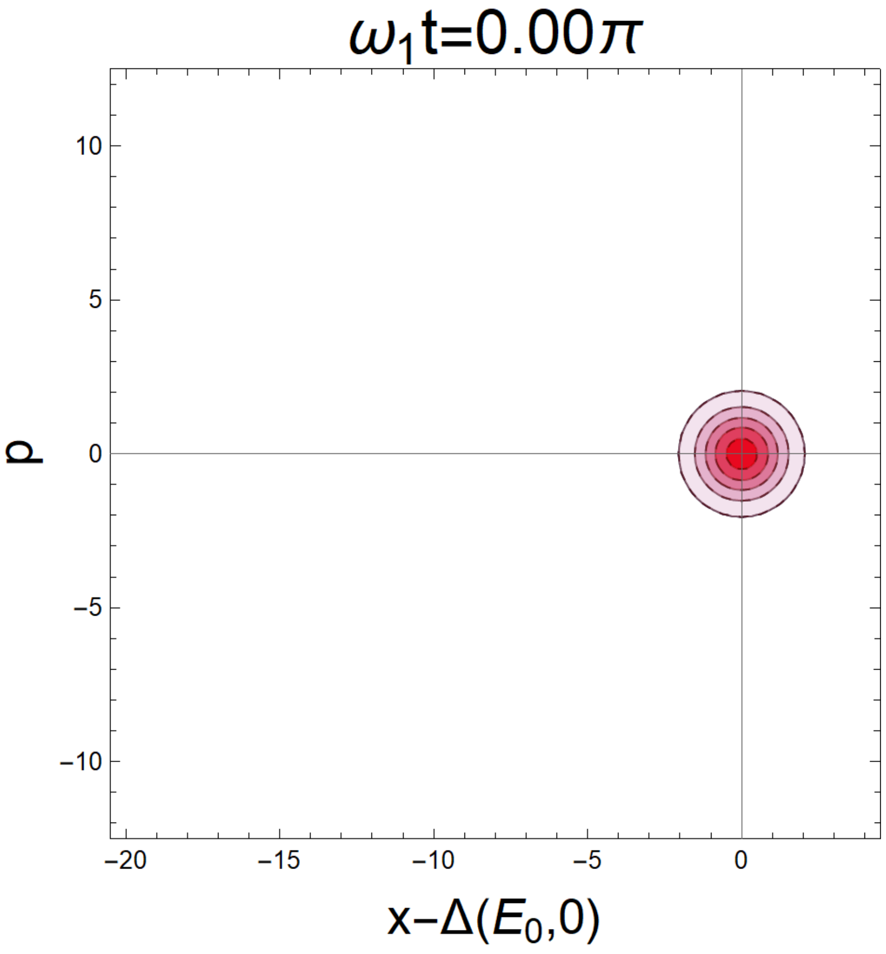
 $|\psi_{1,-\beta}(t)\rangle = e^{-i\hat{h}(E_1,-\beta)t/\hbar}|\psi_{\rm ini}\rangle$

 $|\psi_{1,+\beta}(t)\rangle = e^{-i\hat{h}(E_1,+\beta)t/\hbar}|\psi_{\rm ini}\rangle$

: 異なるシフトのポテンシャル中で４通りの振動

$$|\mathcal{V}(t)| \sim |\langle\psi_0(t)|\psi_1(t)\rangle|$$

なので、Ramsey干渉は   と   の4つの状態の重なりを表している。



計算: 量子化された重力

メモ

$$\hat{H}(\hat{E},\hat{X}) \equiv \varepsilon(\hat{E},\hat{X}) + \hat{h}(\hat{E})$$

$$\varepsilon(\hat{E},\hat{X}) = \frac{\hat{E}}{c^2}\left(\frac{GM}{|d|}\frac{\hat{X}}{d} + \mathrm{const.}\right)$$

ビジビリティ $|\mathcal{V}(t)|$ を計算する

$$|\mathcal{V}(t)| = \left|\int dX |\varphi(X)|^2 \langle\psi_{\mathrm{ini}}| e^{i\hat{H}(E_0,X)t/\hbar} e^{-i\hat{H}(E_1,X)t/\hbar} |\psi_{\mathrm{ini}}\rangle\right|$$

$$= \left|\int dX |\varphi(X)|^2 e^{i(\varepsilon(E_0,X)-\varepsilon(E_1,X))t/\hbar}\right| \times \left|\langle\psi_{\mathrm{ini}}| e^{i\hat{h}(E_0)t/\hbar} e^{-i\hat{h}(E_1)t/\hbar} |\psi_{\mathrm{ini}}\rangle\right|$$

$|\psi_{\mathrm{ini}}\rangle$は $\hat{h}(E_0)$に関する平衡状態

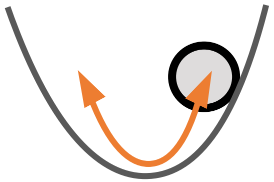
$$|\mathcal{V}_Q(t)| = \left|\int dX |\varphi(X)|^2 e^{i\frac{E}{c^2}\frac{GM}{|d|}\frac{X}{d}\frac{t}{\hbar}}\right|$$

$$= \frac{2}{N}\exp\left[-\left(\frac{GME}{2c^2|d|}\frac{\sigma}{d}\frac{t}{\hbar}\right)^2\right]\left(\cos\left[\frac{GME}{c^2|d|}\frac{\beta}{d}\frac{t}{\hbar}\right] + e^{-\beta^2/\sigma^2}\right)$$

$$|\mathcal{V}_C(t)| = \left|e^{i\omega_0 t/2}\langle\psi_{\mathrm{ini}}| e^{-i\hat{h}(E_1)t/\hbar} |\psi_{\mathrm{ini}}\rangle\right|$$

$$= \left|\langle\psi_{\mathrm{ini}}| e^{-i\hat{h}(E_1)t/\hbar} |\psi_{\mathrm{ini}}\rangle\right|$$

$\sqrt{\frac{k}{m_0 + E_1/c^2}}\,t$ に関して 2π の周期関数

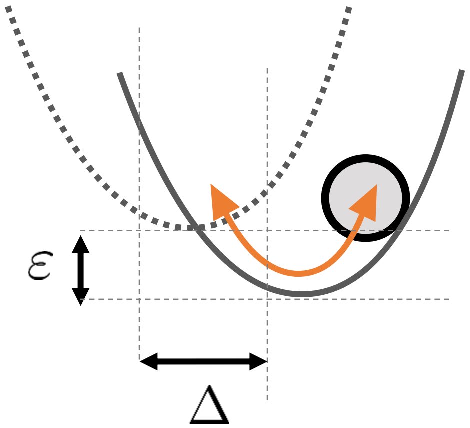


ゆえに、$|\mathcal{V}(t)| = |\mathcal{V}_Q(t)\mathcal{V}_C(t)|$

計算: 準古典的な重力

- CG ポテンシャル: $\Phi(\hat{x}) = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x}-(\hat{X}+d)|} \right\rangle_{\text{重力源}}$

QGに由来するソースの演算子を期待値に置き換えていく
$\hat{X} \to \langle X \rangle = 0$



重力によるポテンシャルのシフト

$d \gg \langle \hat{x}^2 \rangle, \langle \hat{X}^2 \rangle$ を仮定して次のように展開

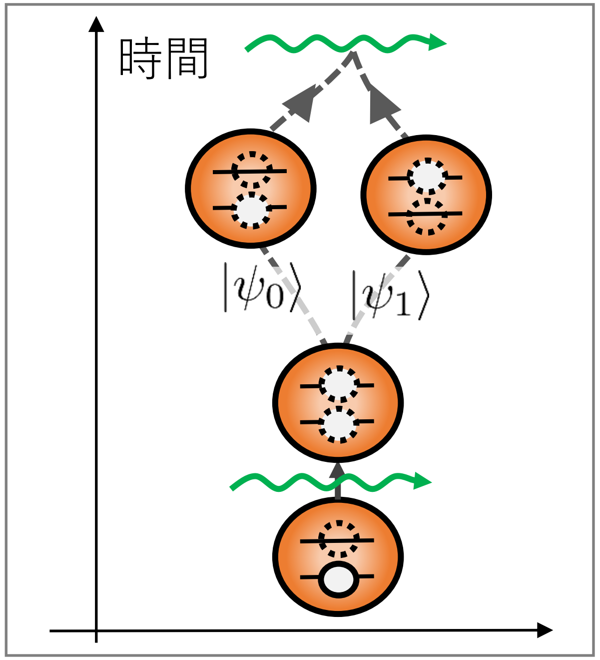
$$\hat{m}\hat{\Phi} \simeq -\frac{G\hat{m}M}{|d|}\left(1+\frac{\hat{x}-\cancel{\hat{X}}}{d}\right)$$

これよりハミルトニアンは

$$\hat{H}(\hat{E},\cancel{\hat{X}}) \simeq \varepsilon(\hat{E},\cancel{\hat{X}}) + \frac{\hat{p}^2}{2\hat{m}} + \frac{1}{2}k(\hat{x}-\Delta(\hat{E}))^2 \equiv \varepsilon(\hat{E},\cancel{\hat{X}}) + \hat{h}(\hat{E})$$

$$\Delta(\hat{E}) = \frac{G\hat{m}M}{kd^2},\ \varepsilon(\hat{E},\cancel{\hat{X}}) = \frac{\hat{E}}{c^2}\left(\frac{GM}{|d|}\frac{\cancel{\hat{X}}}{d} + \text{const.}\right)$$

内部系と重力源系は結合しない



Ramsey干渉における世界線のイメージ

E_j に付随する状態の時間発展はおおよそ次で与えられる

$$|\Psi_j\rangle = e^{-i\hat{H}(E_j)t/\hbar}|\psi_{\text{ini}}\rangle|\varphi\rangle$$

計算: 準古典的な重力

- 重心系の時間発展はどうなる？

(近似展開の高次まで入れて)重心系の時間発展を計算し、位相空間(x,p)平面内に確率分布を描く。

$$|\psi_0(t)\rangle = e^{-i\hat{h}(E_0)t/\hbar}|\psi_{\text{ini}}\rangle$$

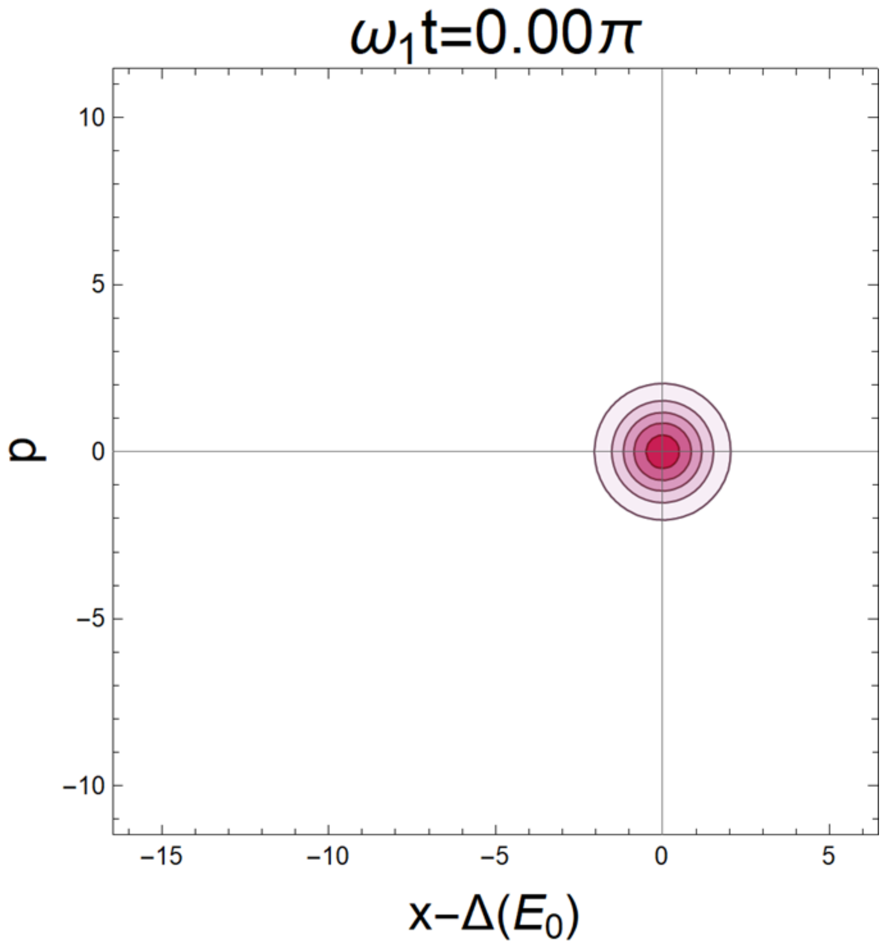
: 初期状態が $\hat{h}(E_0)$ の基底状態なので動かない

$$|\psi_1(t)\rangle = e^{-i\hat{h}(E_1)t/\hbar}|\psi_{\text{ini}}\rangle$$

: シフトしたポテンシャル中で左右に振動

$$|\mathcal{V}(t)| \sim |\langle\psi_0(t)|\psi_1(t)\rangle|$$

なので、Ramsey干渉は  と  の2つの状態の重なりを表している。



計算: 準古典的な重力

- 重心系の時間発展はどうなる？

(近似展開の高次まで入れて)重心系の時間発展を計算し、位相空間(x,p)平面内に確率分布を描く。

 $|\psi_0(t)\rangle = e^{-i\hat{h}(E_0)t/\hbar}|\psi_{\rm ini}\rangle$

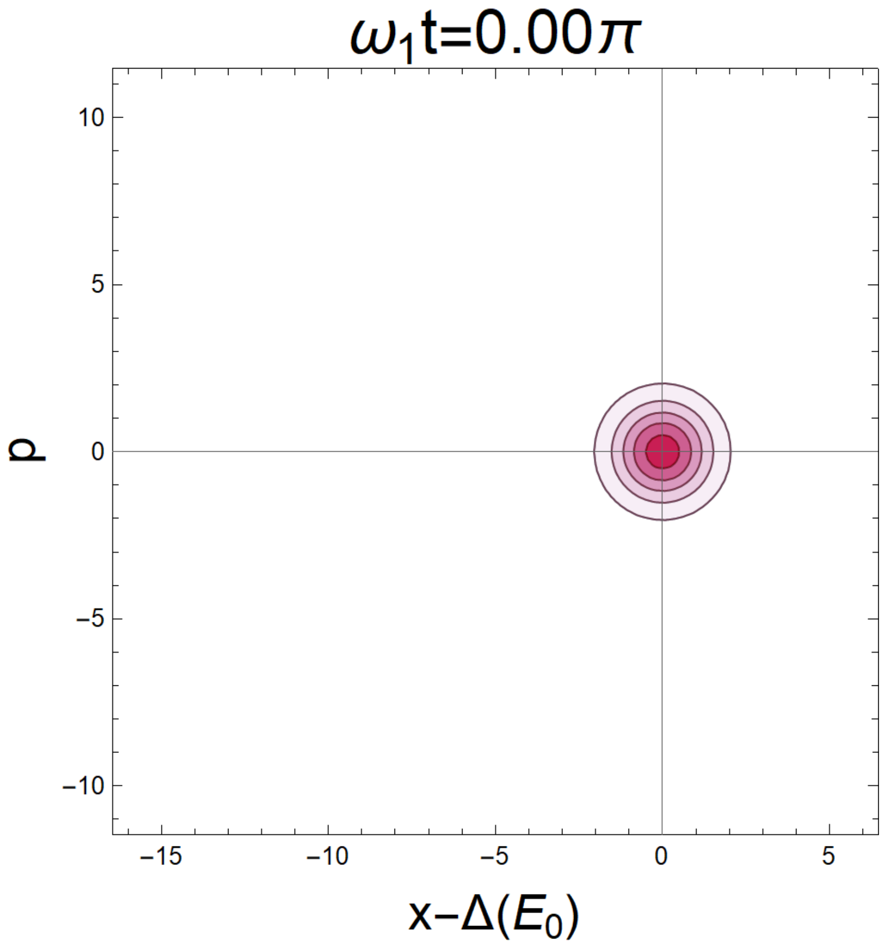
：初期状態が $\hat{h}(E_0)$ の基底状態なので動かない

 $|\psi_1(t)\rangle = e^{-i\hat{h}(E_1)t/\hbar}|\psi_{\rm ini}\rangle$

：シフトしたポテンシャル中で左右に振動

$$|\mathcal{V}(t)| \sim |\langle\psi_0(t)|\psi_1(t)\rangle|$$

なので、Ramsey干渉は  と  の2つの状態の重なりを表している。



計算: 準古典的な重力

QGに由来するソースの演算子を期待値に置き換えていく

$\hat{X} \to \langle X \rangle = 0$

メモ

$$\hat{H}(\hat{E},\hat{X}) \equiv \varepsilon(\hat{E},\hat{X}) + \hat{h}(\hat{E})$$

$$\varepsilon(\hat{E},\hat{X}) = \frac{\hat{E}}{c^2}\left(\frac{GM}{|d|}\cancel{\frac{\hat{X}}{d}} + \text{const.}\right)$$

ビジビリティ $|\mathcal{V}(t)|$ を計算する

$$|\mathcal{V}(t)| = \left| \int dX |\varphi(X)|^2 \langle \psi_{\text{ini}} | e^{i\hat{H}(E_0,\cancel{X})t/\hbar} e^{-i\hat{H}(E_1,\cancel{X})t/\hbar} | \psi_{\text{ini}} \rangle \right|$$

$$= \left| \int dX |\varphi(X)|^2 e^{i(\varepsilon(E_0,\cancel{X}) - \varepsilon(E_1,\cancel{X}))t/\hbar} \right| \times \left| \langle \psi_{\text{ini}} | e^{i\hat{h}(E_0)t/\hbar} e^{-i\hat{h}(E_1)t/\hbar} | \psi_{\text{ini}} \rangle \right|$$

$$|\mathcal{V}_Q(t)| = \left| \int dX |\varphi(X)|^2 e^{i \cancel{\frac{E}{c^2}\frac{GM}{|d|}\frac{X}{d}} \frac{t}{\hbar}} \right|$$

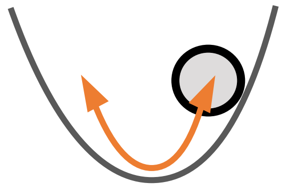
$$= \overset{1}{\cancel{\frac{2}{N}\exp\left[-\left(\frac{GME}{2c^2|d|}\frac{\sigma}{d}\frac{t}{\hbar}\right)^2\right]\left(\cos\left[\frac{GME}{c^2|d|}\frac{\beta}{d}\frac{t}{\hbar}\right] + e^{-\beta^2/\sigma^2}\right)}}$$

$|\psi_{\text{ini}}\rangle$は $\hat{h}(E_0)$に関する平衡状態

$$|\mathcal{V}_C(t)| = \left| e^{i\omega_0 t/2} \langle \psi_{\text{ini}} | e^{-i\hat{h}(E_1)t/\hbar} | \psi_{\text{ini}} \rangle \right|$$

$$= \left| \langle \psi_{\text{ini}} | e^{-i\hat{h}(E_1)t/\hbar} | \psi_{\text{ini}} \rangle \right|$$

$\sqrt{\frac{k}{m_0 + E_1/c^2}}\,t$ に関して 2π の周期関数



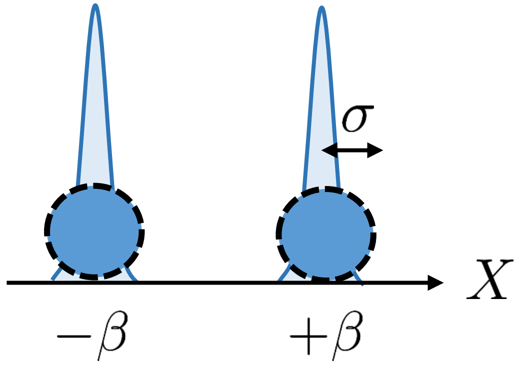
ゆえに、$|\mathcal{V}(t)| = |\cancel{\mathcal{V}_Q}(t)\mathcal{V}_C(t)|$

結果１： Ramsey干渉のデコヒーレンス

- 2つの理由により、**QGのビジビリティは回復しない**

$$|\mathcal{V}(t)| = |\mathcal{V}_Q(t)\mathcal{V}_C(t)|$$

$$\begin{cases} |\mathcal{V}_C(t)| \ \text{：}2\pi\text{周期関数} \\ |\mathcal{V}_Q(t)| = \dfrac{2}{N}\exp\underbrace{\left[-\left(\dfrac{GME}{2c^2|d|}\dfrac{\sigma}{d}\dfrac{t}{\hbar}\right)^2\right]}_{(1)}\left(\cos\underbrace{\left[\dfrac{GME}{c^2|d|}\dfrac{\beta}{d}\dfrac{t}{\hbar}\right]}_{(2)} + e^{-\beta^2/\sigma^2}\right) \end{cases}$$



(1) ガウス状態の広がりによって
指数関数的に減衰する

(2) 離れた猫状態によって、
V_Qに含まれるcos関数とV_C のうなりが生じる

いずれも、内部系と重力源系がQGを介して結合することに由来する

- **CGのビジビリティは2π周期ごとに回復する**

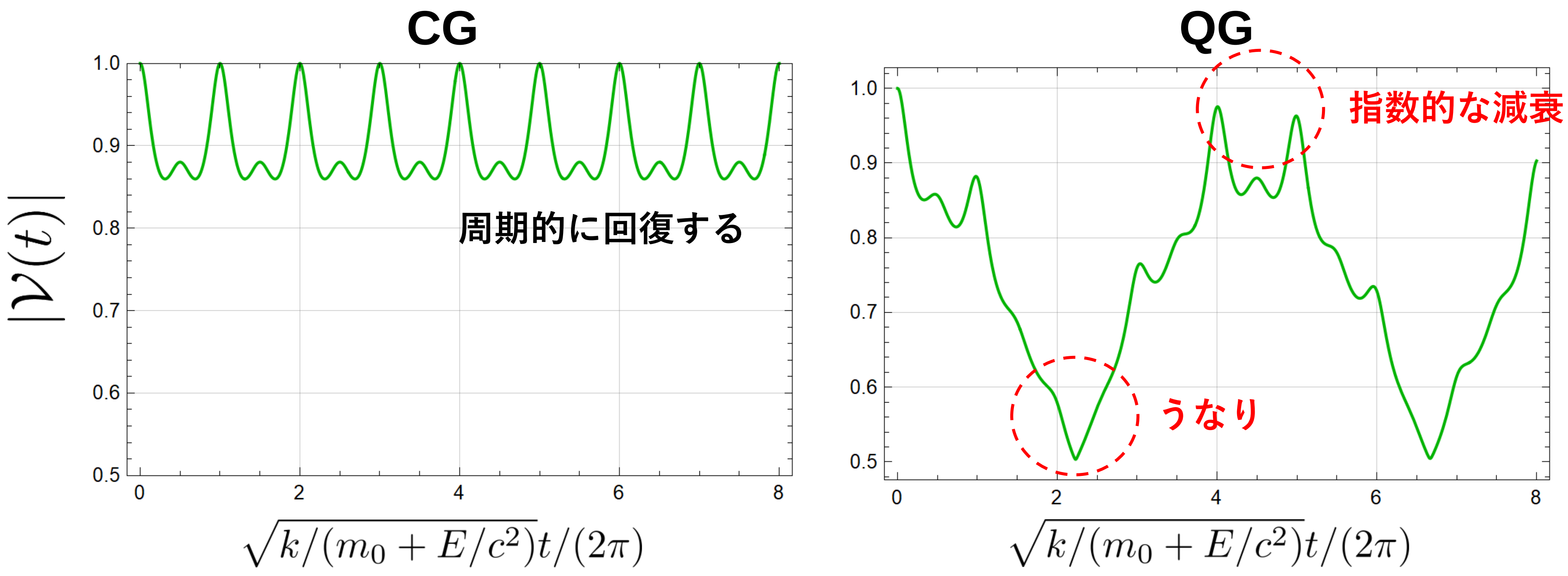
$$|\mathcal{V}(t)| = |\mathcal{V}_C(t)|$$

Ramsey干渉のデコヒーレンスの周期を見れば、重力の量子性が検証できる！

結果２：Ramsey干渉のプロット

ビジビリティの時間依存性

- 重力ポテンシャルの2次の展開まで取り入れた計算
- パラメータは $\sqrt{m_0^3/k} = 10,\ \sqrt{m_0/m_1} = 0.5,\ Gm_0M/(kd^3) = 0.015,\ m_0^{1/4}d = 10,\ \beta/d = 0.01,\ \sigma/d = 0.001$

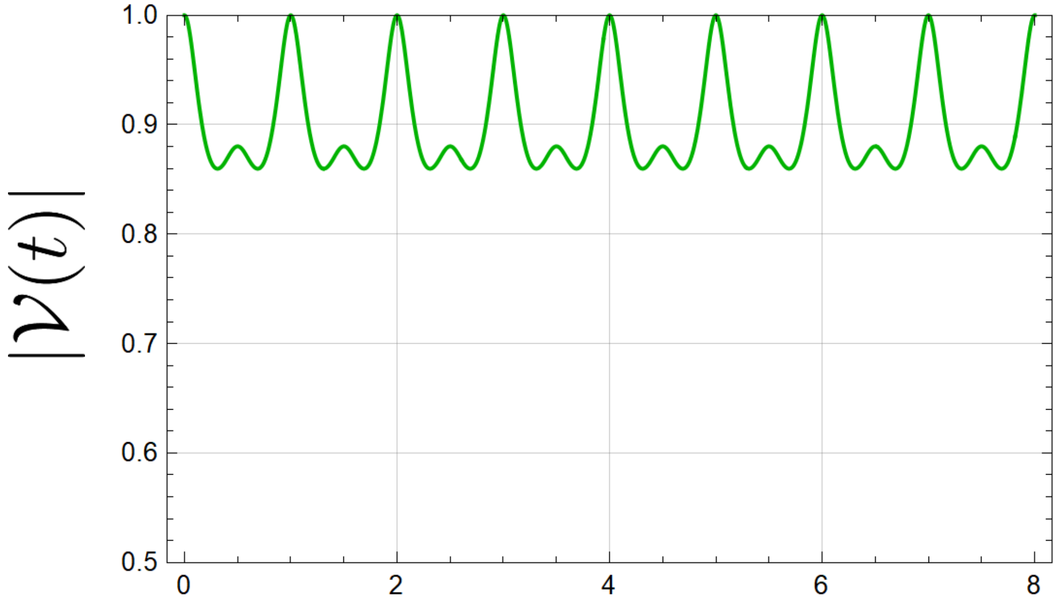


結果３：デコヒーレンスと量子もつれ

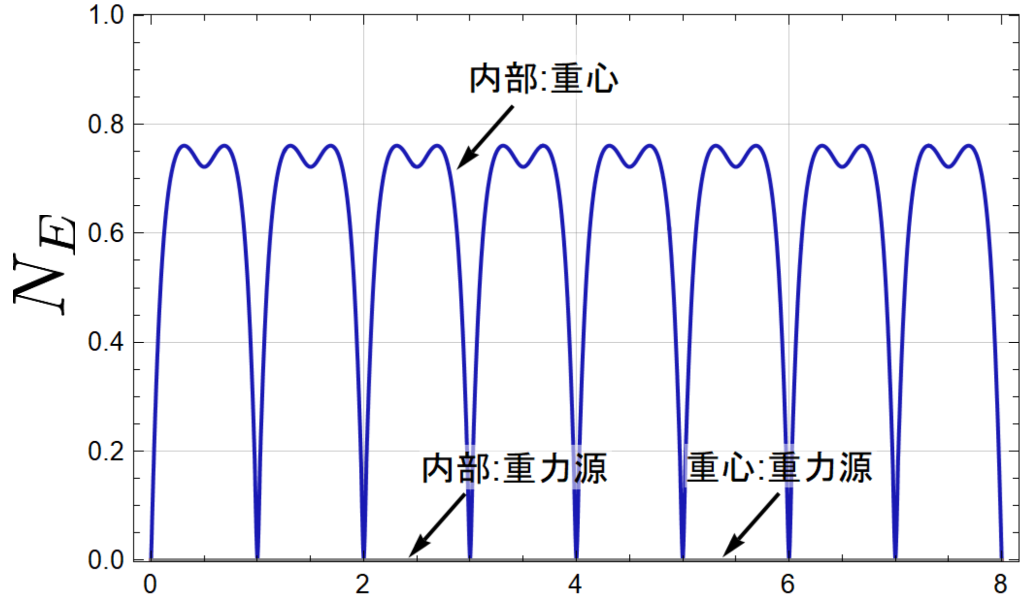
CGにおける対数ネガティビティの時間変化とビジビリティの比較

量子もつれの指標。ベル状態のペア数に換算した値を表していて、大きいほどもつれている。

CGのビジビリティ



CGの対数ネガティビティ



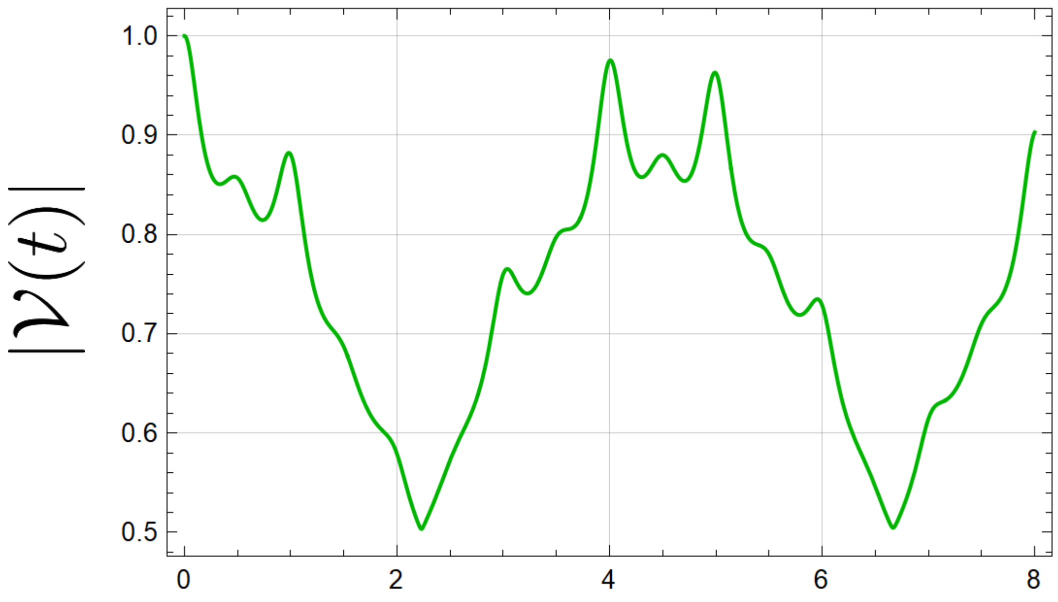
- **内部-重心系の間のみが周期的にもつれる**
- **量子もつれが大きいと、デコヒーレンスする**

結果３：デコヒーレンスと量子もつれ

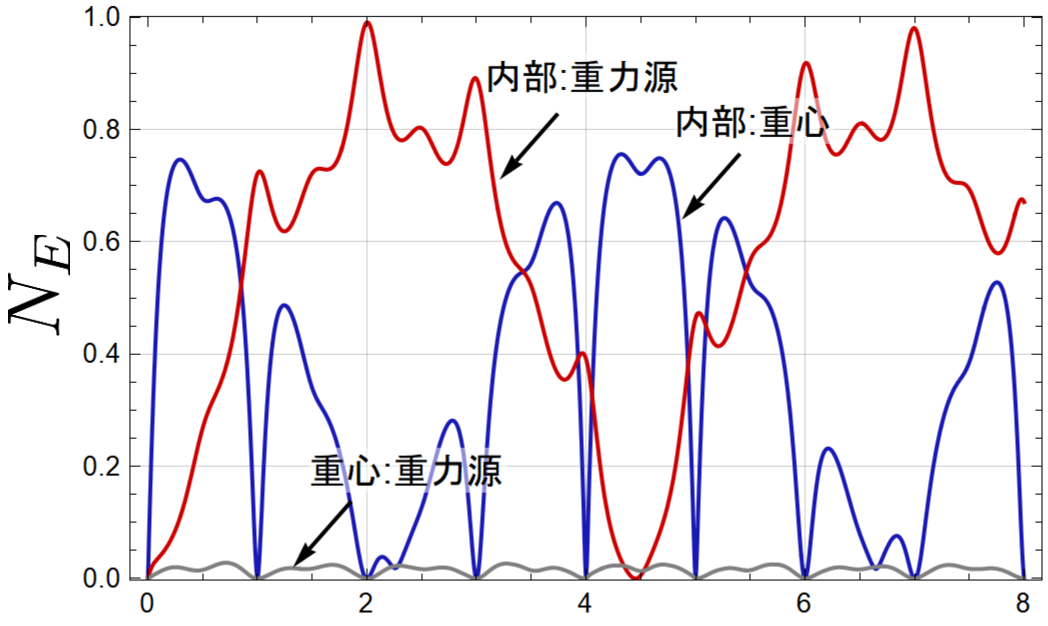
QGにおける対数ネガティビティの時間変化とビジビリティの比較

量子もつれの指標。ベル状態のペア数に換算した値を表していて、大きいほどもつれている。

QGのビジビリティ



QGの対数ネガティビティ



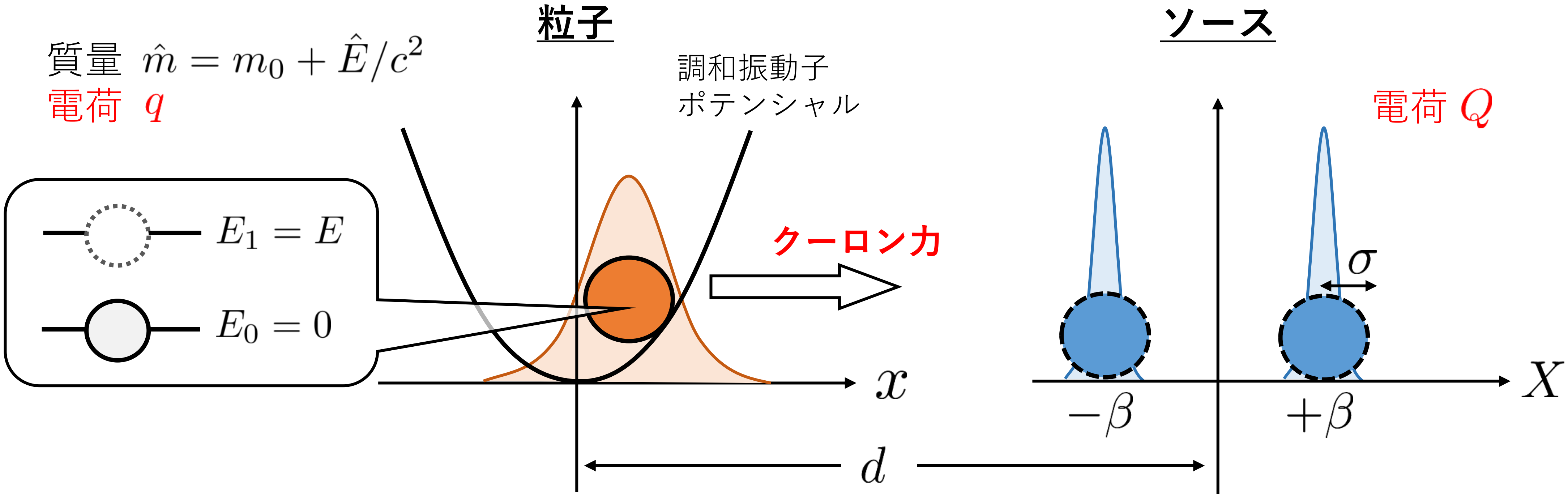
$\sqrt{k/(m_0 + E/c^2)}t/(2\pi)$

- **3体の間で量子もつれが共有される**
- **内部-重力源の量子もつれが、QGのデコヒーレンスに反映されている**

議論

クーロン力と重力の違い

- BMV実験では、クーロン力の量子性と重力の量子性が縮退していた
- 今回の検証実験では、クーロン力では現れない重力固有の量子性は見えているのか？
- QG→クーロン力に置き換えて同様の計算してみよう



クーロン力と重力の違い

- ハミルトニアン $\hat{H}(\hat{E},\hat{X}) \simeq \hat{m}c^2 + \frac{\hat{p}^2}{2\hat{m}} + \frac{1}{2}k\hat{x}^2 + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 \left|\hat{x} - (\hat{X}+d)\right|} + \mathcal{O}(c^{-2})$

クーロン力では $\hat{m}$ と $\hat{X}$ が結合しない[1] (c.f. 弱い等価原理)

- ビジビリティ $|\mathcal{V}(t)| = \pi$周期関数 であることが計算できる[2]

相互作用	ビジビリティの周期	内部-ソースの量子もつれ
CG	2π	×
QG	∞	○
クーロン	π	×

重力特有の量子性はビジビリティの周期が有限かどうかに反映される

注意1. 粒子の内部自由度がエネルギーでしかラベルされない場合には正しい。
(内部自由度がエネルギー以外、例えばスピンでもラベル分けできる場合には、スピン-光子の相互作用によって内部自由度とソースがもつれる可能性がある。)

注意2. 近似展開のleadingまでを考えた場合の議論
(高次まで考えると、クーロン力でもビジビリティが回復しない場合がある)

観測可能性

メモ

$$|\mathcal{V}_Q(t)| = \frac{2}{N}\exp\left[-\left(\frac{GME}{2c^2|d|}\frac{\sigma}{d}\frac{t}{\hbar}\right)^2\right]\left(\cos\left[\frac{GME}{c^2|d|}\frac{\beta}{d}\frac{t}{\hbar}\right] + e^{-\beta^2/\sigma^2}\right)$$

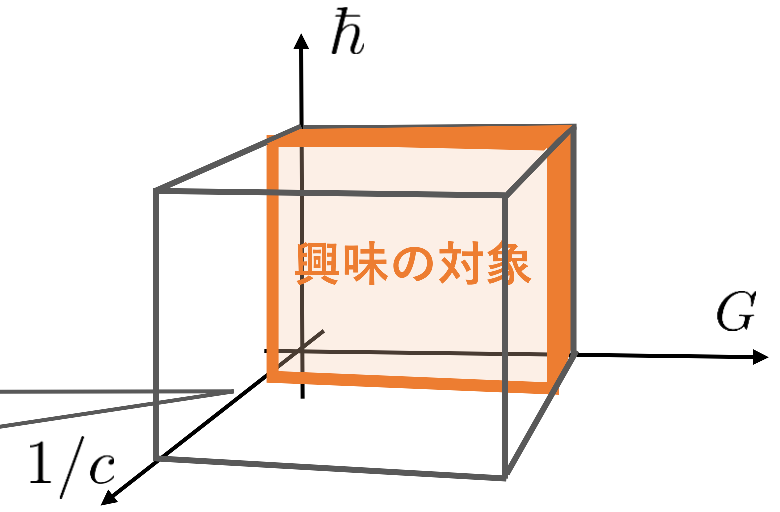
- QGのデコヒーレンス因子の現実的な値を評価すると、

$$\left(\frac{GME}{2c^2|d|}\frac{\sigma}{d}\frac{t}{\hbar}\right)^2 = 1.7\times 10^{-34}\left(\frac{M}{10\,\mathrm{ng}}\right)^2\left(\frac{\lambda}{267\,\mathrm{nm}}\right)^{-2}\left(\frac{d}{200\,\mu\mathrm{m}}\right)^{-4}\left(\frac{\sigma}{1\,\mu\mathrm{m}}\right)^2\left(\frac{t}{20\,\mathrm{sec}}\right)^2,$$

$$\left(\frac{GME}{c^2|d|}\frac{\beta}{d}\frac{t}{\hbar}\right)^2 = 6.8\times 10^{-32}\left(\frac{M}{10\,\mathrm{ng}}\right)^2\left(\frac{\lambda}{267\,\mathrm{nm}}\right)^{-2}\left(\frac{d}{200\,\mu\mathrm{m}}\right)^{-4}\left(\frac{\beta}{10\,\mu\mathrm{m}}\right)^2\left(\frac{t}{20\,\mathrm{sec}}\right)^2.$$

- 現在のビジビリティの測定精度は10^{-19}なので、
  現段階で観測することは難しい。

重力固有の量子性を見るために
$1/c$ 展開の高次に踏み込んでいるため！



まとめ

まとめ

- 調和振動子ポテンシャル中の粒子のRamsey干渉における重力の量子性の検証方法を考えた。

相互作用	ビジビリティの周期	内部-ソースの量子もつれ
CG	2π	×
QG	∞	○
クーロン	π	×

- QGの場合にのみ、内部のエネルギー準位系と重力源系の間に量子もつれが生成し、ビジビリティが回復しない。
- ビジビリティの周期を見ることで重力の量子性が検証できる。
- 重力以外の量子相互作用としてクーロン力を考えた場合にはビジビリティが回復し、QGと区別ができる
- $1/c$展開の高次を扱うため、観測可能性はとても小さい