ホログラフィックQCD
による
バリオンの重力形状因子

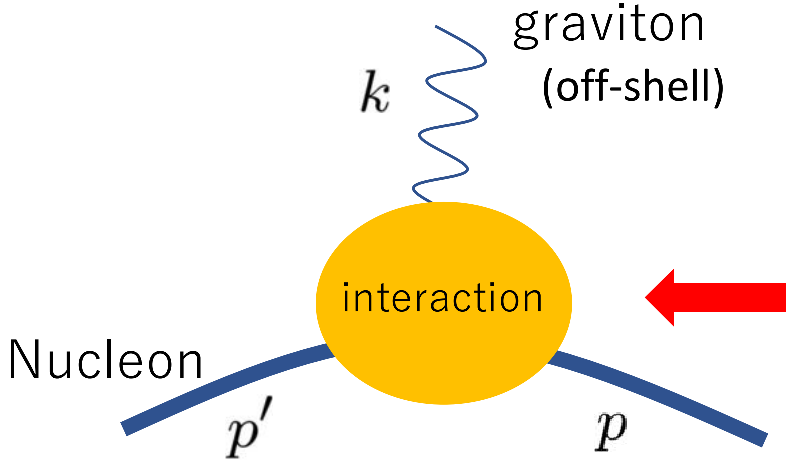
杉本 茂樹（京大理）

based on arXiv: 2206.06578 ← 本日！

植田高寛氏（成蹊大）、八田佳孝氏（BNL）、藤田充俊氏（Sun Yat-Sen 大）
との共同研究

セミナー＠京大理 2022/06/15

1 重力形状因子とは？



ここに現れる因子。
具体的には次の A(t), B(t), D(t) のこと。

核子（spin ½ 粒子）の場合

energy momentum tensor

gravitational form factors

$$\langle p', s'|T^{\mu\nu}(x)|p,s\rangle = \bar{u}(p',s')\left[i\gamma^{(\mu}P^{\nu)}A(t) + \frac{iP^{(\mu}\sigma^{\nu)}{}_{\rho}k^{\rho}}{2M}B(t) + \frac{k^{\mu}k^{\nu} - \eta^{\mu\nu}k^{2}}{4M}D(t)\right]u(p,s)\,e^{ik_{\mu}x^{\mu}}$$

nucleon states

nucleon mass

$$P = (p+p')/2\ , \qquad k = p' - p\ , \qquad t = -k^2 = k_0^2 - \vec{k}^2$$

- Lorentz 対称性と energy momentum tensor の保存則からこの形に書ける。
- A(t), B(t), D(t) は対称性だけからは決められない未知関数で、これらを QCD の強結合領域で計算するのは一般にとても難しい。

- Breit frame: $P=(p+p')/2=(p^0,\vec{0})$, $k=(0,\vec{k})$ の場合、

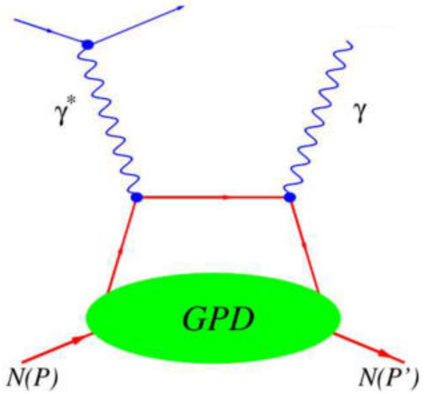
$$\langle p',s'|T^{00}(x)|p,s\rangle = \frac{p^0}{2M}\left(4A(t)M^2-(B(t)-D(t))\vec{k}^2\right)\delta_{s's}e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}},$$
$$\langle p',s'|T^{0i}(x)|p,s\rangle = -\frac{ip^0}{2}(A(t)+B(t))\epsilon_{ijk}k^j\sigma^k_{s's}e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}},$$
$$\langle p',s'|T^{ij}(x)|p,s\rangle = \frac{p^0}{2M}D(t)(k^ik^j-\vec{k}^2\delta^{ij})\delta_{s's}e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}}, \qquad (i,j=1,2,3)$$

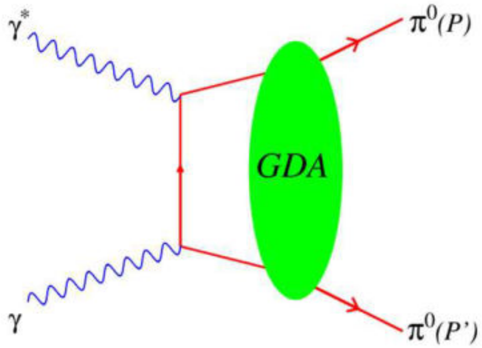
（ $\langle p',s'|p,s\rangle = 2p^0(2\pi)^3\delta_{s's}\delta^{(3)}(\vec{p}'-\vec{p})$ で規格化）

- 特に forward limit ($k \to 0$) では、
  - $M=\int d^3x\,T^{00} \;\Rightarrow\; A(0)=1$
  - $J^i=\frac{1}{2}\epsilon^{ijk}\int d^3x\,(T^{0k}x^j-T^{0j}x^k)$，核子のスピンは 1/2 $\Rightarrow$ $\frac{1}{2}(A(0)+B(0))=\frac{1}{2}$

    $(B(0)=0)$
  - $D(0)$: D-term と呼ばれる。値は分かっていない。
    “the last unknown global property” と言われる。

最近の実験

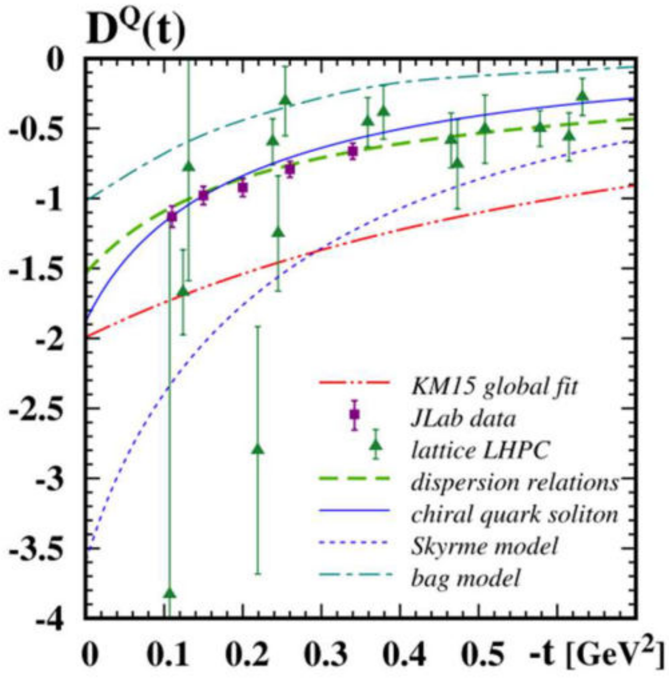




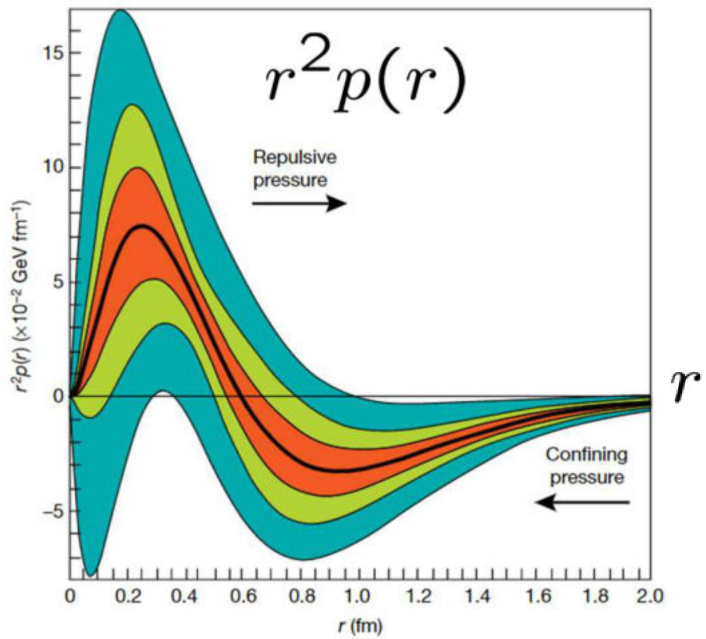
Polyakov-Schweitzer のレビュー

↓

(taken from 1805.06596)



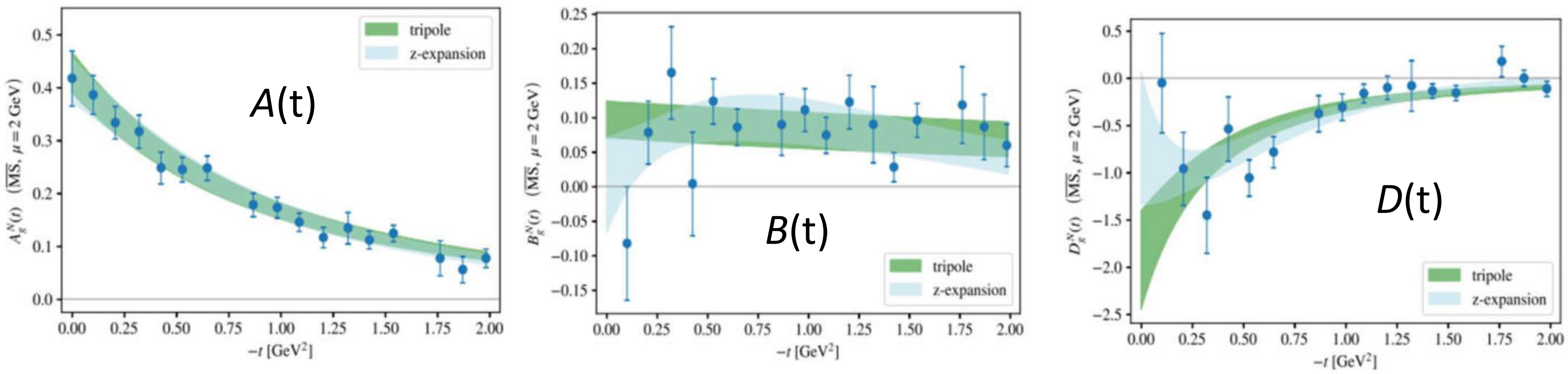
(taken from 1805.06596)



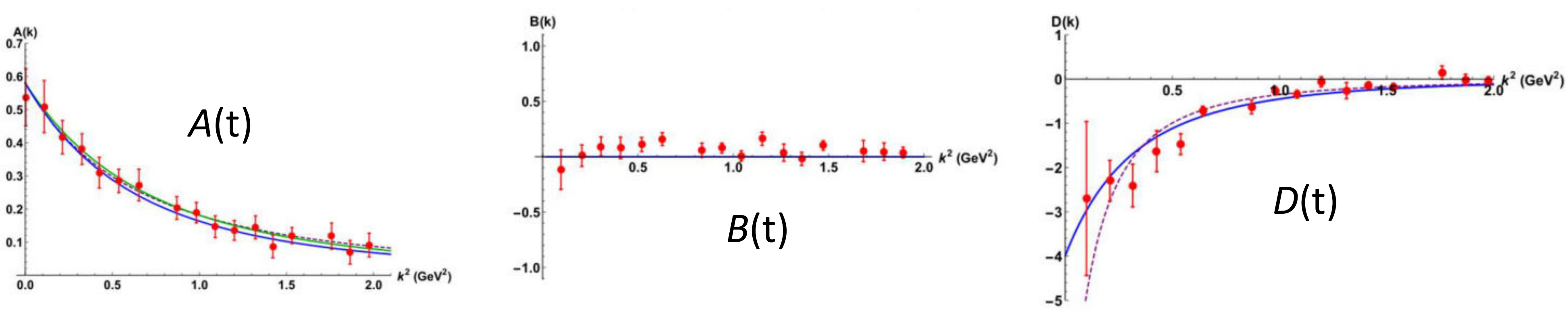
[Burkert-Elouadrhiri-Girod 2019]

最近の計算例

- Lattice QCD による gluon の寄与の計算　[Pefkou-Hacktt-Shanahan 2021]



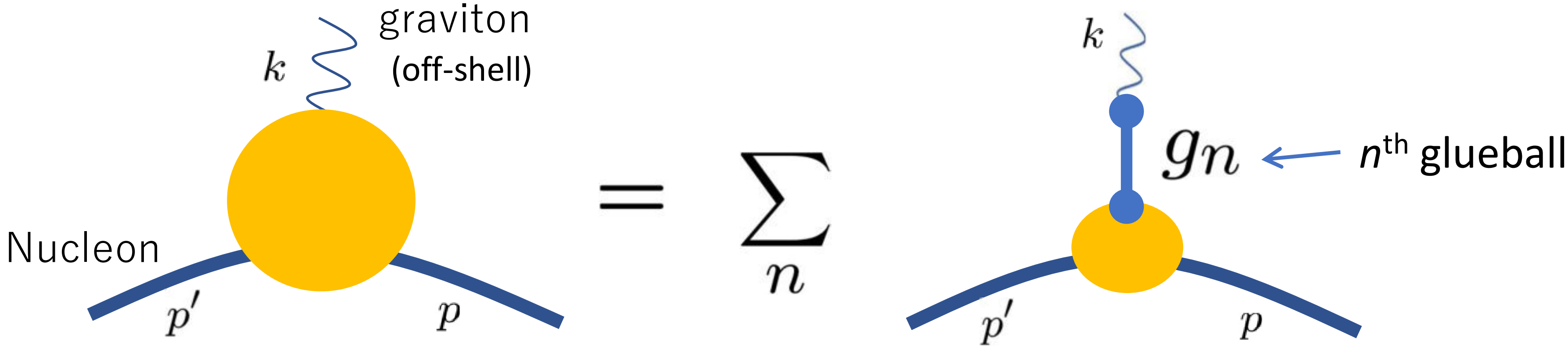
- bottom up holographic model による計算　[Mamo-Zahed 2021]



今日の主な結果

- ハドロンの重力相互作用はグルーボールの交換を介して行われる。
  “グルーボール・ドミナンス”

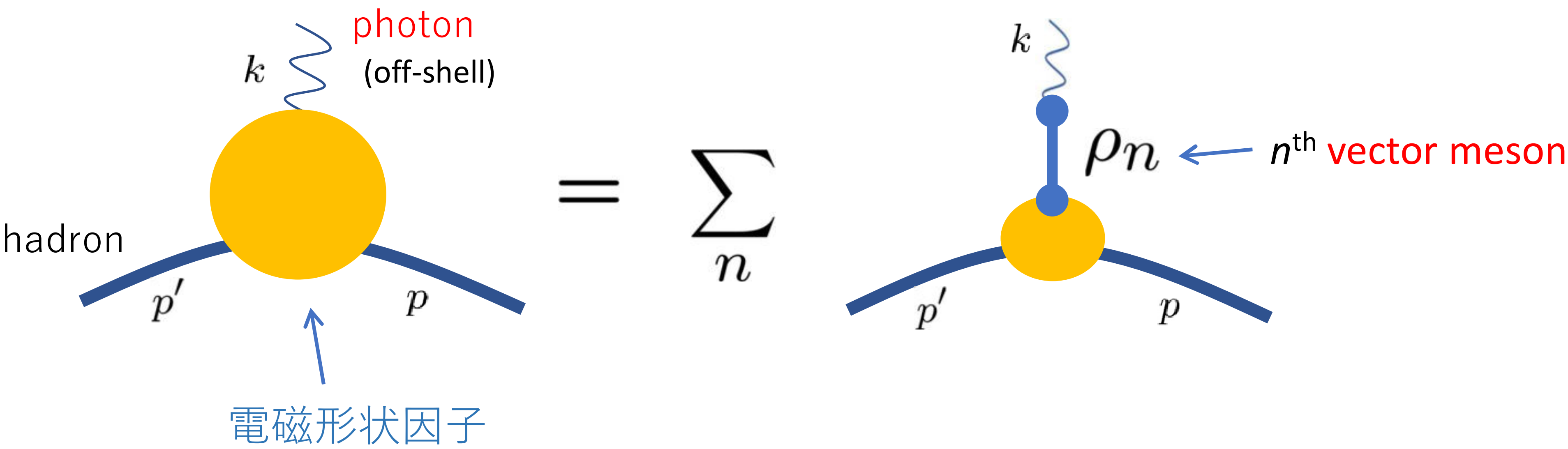
  → 電磁相互作用がベクトルメソンの交換を介して行われる
  「**ベクトルメソン・ドミナンス**」と呼ばれる性質の重力版



- forward limit ($k \to 0$) では、グルーボールなしのメソン有効作用から計算されるものに帰着する。

- D(0) を近似的に見積もると SU(2) part が負、U(1) part が正に寄与し、トータルでは −0.14 程度になる。

補足 「ベクトルメソン・ドミナンス」について



特に一番軽い ρ meson の寄与が大きい場合は ρ dominance とも言われる。
1960年代に Gell-Mann, Zachariasen, J.J. Sakurai らによって提案・発展された現象論的モデル。

ホログラフィックQCDを用いると、これが仮定なしに導出できる。

See [Sakai-SS 2005], [Hashimoto-Sakai-SS 2008]

お断り

- 今回は、ソリトンの量子化までは行っていないため、
スピンを取り入れることができていない。
→ B(t) に言及することはできない。

- Glueball の propagator を評価していないので、t dependence
まではまだ求めていない。
→ D(0) を見積もるにとどまる。

- D(0) $\simeq$ −0.14 もかなり荒っぽい近似でしか評価していないので、
正確な予言と思わないで頂きたい。

Plan

✓ 1 重力形状因子とは？

2 ホログラフィックQCD

3 エネルギー運動量テンソルの評価

4 グルーボール・ドミナンス

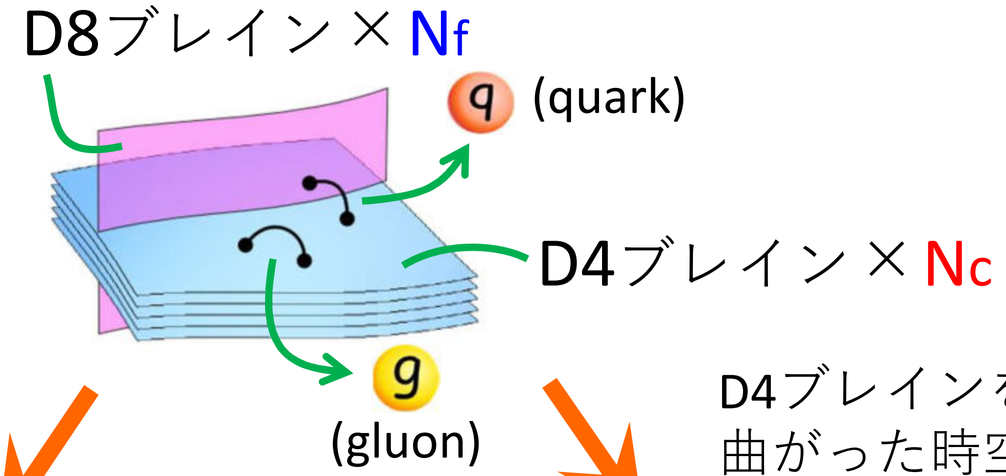
5 D-term の評価

6 展望

② ホログラフィックQCD

- **Dブレインをうまく配置して 4 次元の QCD を実現することができる。**

[Sakai-SS 2004]



D4ブレイン上に
実現する場の理論

D4ブレインを対応する
曲がった時空で置き換え

SU(Nc) QCD
with Nf quarks

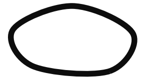
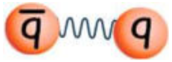
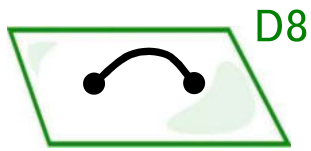
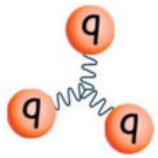
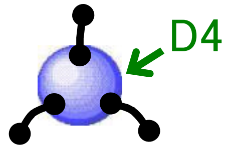
（より正確には、
QCD＋重い粒子）

等価！

D4ブレインに対応する
曲がった時空にD8ブレイン
が埋め込まれた系

ホログラフィックQCD

コメント

- いろいろなハドロンの存在が議論できる。
  - **グルーボール**  ⟷ **閉弦** 
  - **メソン**  ⟷ D8 にくっついた **開弦** 
  - **バリオン**  ⟷ S^4 に巻きついた ***D4*** 

- 現象論的モデルではなく、原理的にはQCDに含まれるものは全部入っている。

- ただし、1 GeV 程度の QCD にない重い物質場を含む。
それが大きく寄与するような物理量についてはあまり良い予言ができない。

- 現状では多くの計算は 1/Nc 展開と 1/λ 展開の leading でしか評価できておらず、上記の重い物質場を無限に重くする極限をとる操作ができていない。

- 低エネルギーの現象に関しては概ね実験と良く合う結果が得られる。

バリオンの古典的記述

- メソンの有効作用は D4-brane に対応する曲がった時空に埋め込まれた D8-brane 上の開弦の有効作用。S^4 方向を積分すると 5 次元ゲージ理論になる。ゲージ群は N_f flavor のとき U(N_f) になる。

$$
\begin{aligned}
S_{\mathrm{D8}} &\simeq -T\int_{R^{1,4}\times S^4} d^9x\sqrt{g}\,e^{-\phi}\mathrm{tr}(F_{MN}F^{MN}) + (\text{Chern-Simons term}) \\
&\simeq -\kappa\int d^4x dz\,\mathrm{tr}\left(\frac{1}{2}h(z)F_{\mu\nu}^2 + k(z)F_{\mu z}^2\right) + (\text{CS term})
\end{aligned}
$$

$$h(z) = (1+z^2)^{-1/3}, \quad k(z) = 1+z^2$$

- 4 次元の空間方向があるが、この 4 次元空間における instanton 数がバリオン数と解釈される。

$$N_{\mathrm{baryon}} = \frac{1}{8\pi^2}\int_{\text{4d space}} \mathrm{tr}(F\wedge F)$$

- N_{baryon} =1 で運動方程式の解であるような配位がバリオンに対応する古典解。厳密解は知られておらず、近似解や数値解が知られているのみ。

3 エネルギー運動量テンソルの評価

アイディア

SU(N_c) QCD
with N_f quarks

等価！

D4ブレインに対応する
曲がった時空にD8ブレイン
が埋め込まれた系

$$Z_{\mathrm{QCD}}[g^{\mathrm{4d}}_{\mu\nu}] = Z_{\mathrm{string}}[g^{\mathrm{4d}}_{\mu\nu}] \simeq e^{-S_{\mathrm{sugra}}[g^{\mathrm{4d}}_{\mu\nu}]}$$

QCD で $\eta_{\mu\nu}$ を $g^{\mathrm{4d}}_{\mu\nu}$ に
おきかえたもの

対応する変形をしたもの
$g_{\mu\nu} \to r^2 g^{\mathrm{4d}}_{\mu\nu} \quad (r \to \infty)$

SUGRA 近似
古典近似

境界条件を
満たす古典解
をSUGRA作用に
代入したもの

$$\langle T^{\mu\nu} \rangle \simeq -\frac{2}{\sqrt{g_{\mathrm{4d}}}} \frac{\delta S_{\mathrm{sugra}}}{\delta g^{\mathrm{4d}}_{\mu\nu}} \bigg|_{g^{\mathrm{4d}}_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}}$$

（実際には次に説明する公式を利用する。）

少し詳細

D4-brane in Type IIA 弦理論　＝　M5-brane in M theory wrapped on S^1

今、考えている D4-brane に対応する曲がった時空を
M 理論（11 dim 超重力理論）で解釈すると、
漸近的に $AdS_7 \times S^4$（をコンパクト化したもの）な時空になる。

→ 漸近的 AdS な時空の場合に開発された公式が使える。

AdS　AdS からのずれ

公式

$$g_{\mu\nu} \to r^2\eta_{\mu\nu} + \frac{C_{\mu\nu}}{r^4} + \cdots \quad (r\to\infty)$$ のとき

$$\langle T_{\mu\nu}\rangle \propto C_{\mu\nu}$$

[Haro-Solodukhin -Skenderis 2000]

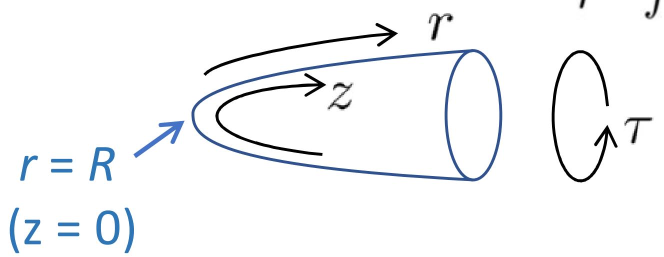
バリオンがあることによるメトリックのずれの $1/r^4$ のオーダー
の部分を線形化した Einstein 方程式（11 dim SUGRA の運動方程式）
を解いて求めれば良い。

さらに詳細

- Background metric in 11 dim

$$f(r) = 1 - \frac{R^6}{r^6} = \frac{z^2}{1+z^2}$$

$$g^{\mathrm{b.g.}}_{AB}dx^A dx^B = \frac{r^2}{L^2}(\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + dx_{11}^2 + f(r)d\tau^2) + \frac{L^2}{r^2}\frac{dr^2}{f(r)} + \frac{L^2}{4}d\Omega_4^2$$



- Bulk energy momentum tensor

D8-brane action で metric や dilaton を 11 dim metricで書いたもの

$$\mathcal{T}^{AB} := -\frac{2}{\sqrt{g}}\frac{\delta S_{\mathrm{D8}}}{\delta g_{AB}}\bigg|_{g_{AB}=g^{\mathrm{b.g.}}_{AB}}$$

background metric

11 dim metric

- Linearized Einstein equation （ $\delta g_{AB} := g_{AB} - g^{\mathrm{b.g.}}_{AB}$ について１次までを拾う）

$$\nabla^2\delta g_{AB} + \nabla_A\nabla_B\delta g^C_C - \nabla^C(\nabla_A\delta g_{BC} + \nabla_B\delta g_{AC}) - \frac{12}{L^2}\delta g_{AB} = -2\kappa_7^2\left(\mathcal{T}_{AB} - \frac{g_{AB}}{5}\mathcal{T}^C_C\right)$$

S^4 を積分した後の 7 dim の Newton constant

とても複雑だが、Mathematica を使いながらガチャガチャやると次ページのような手順で形式解が求まる。

形式解の構成

① bulk energy momentum tensor を次のように分解

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = \mathcal{T}^{\mathrm{T}}_{\mu\nu} + \mathcal{T}^{\mathrm{S}}_{\mu\nu} + \mathcal{T}^{\mathrm{other}}_{\mu\nu}$$

$$\mathcal{T}_{\mu r} = ik_\mu \frac{3R^6}{r(r^6-R^6)} b \qquad \mathcal{T}_{rr} = \frac{(5r^6-2R^6)\partial_r a + 3R^6 \partial_r b}{r(r^6-R^6)}$$

を解いて *a, b* を求める。

それを用いて、以下のように定義

$$\mathcal{T}^{\mathrm{S}}_{\mu\nu} \equiv \frac{r^6+2R^6}{4(r^6-R^6)}\left(\eta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right)\left[\frac{1}{L^4 r^3}\partial_r\left(r(r^6-R^6)\partial_r(a+b) - 3R^6(a+b)\right) - k^2 b\right]$$

$$\mathcal{T}^{\mathrm{other}}_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{L^4 r^3}\partial_r\left[\left(\eta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right) r(r^6-R^6)\partial_r a - 3R^6 \eta_{\mu\nu} b\right]$$

$$\mathcal{T}^{\mathrm{T}}_{\mu\nu} \equiv \mathcal{T}_{\mu\nu} - \mathcal{T}^{\mathrm{S}}_{\mu\nu} - \mathcal{T}^{\mathrm{other}}_{\mu\nu}$$

② 次を満たす Green 関数 G^{T}, G^{S} を求める

$$\left[-\frac{1}{L^7}\partial_r\left((r^7 - rR^6)\partial_r\right) + \frac{r^3}{L^3}\vec{k}^2\right] G^{\mathrm{T}}(r, r', \vec{k}) = \delta(r - r')$$

$$\left[-\frac{1}{L^7}\partial_r\left((r^7 - rR^6)\left(\partial_r + \frac{144 r^5 R^6}{(5r^6-2R^6)(r^6+2R^6)}\right)\right) + \frac{r^3}{L^3}\vec{k}^2\right] G^{\mathrm{S}}(r, r', \vec{k}) = \delta(r - r')$$

③ これらより $\quad \delta g^{\mathrm{T/S}}_{\mu\nu} := \dfrac{2\kappa_7^2}{L^5} r^2 \displaystyle\int dr' r'^3\, G^{\mathrm{T/S}}(r, r', \vec{k}) \mathcal{T}^{\mathrm{T/S}}_{\mu\nu}(r', \vec{k})$

④ 解は $\quad \delta g_{\mu\nu} = \delta g^{\mathrm{T}}_{\mu\nu} + \delta g^{\mathrm{S}}_{\mu\nu} +$ ($1/r^4$ よりも早く落ちる項)

- とにかく、これで D8-brane 上の energy momentum tensor $\mathcal{T}_{AB}$ が与えられたときに metric の background からのずれ $\delta g_{\mu\nu}$ を計算する公式が得られた。

$$\boxed{\begin{aligned}&\delta g_{\mu\nu} = \delta g_{\mu\nu}^{\mathrm{T}} + \delta g_{\mu\nu}^{\mathrm{S}} + \cdots \\ &\delta g_{\mu\nu}^{\mathrm{T/S}} := \frac{2\kappa_7^2}{L^5} r^2 \int dr' r'^3 \, G^{\mathrm{T/S}}(r, r', \vec{k}) \mathcal{T}_{\mu\nu}^{\mathrm{T/S}}(r', \vec{k})\end{aligned}}$$

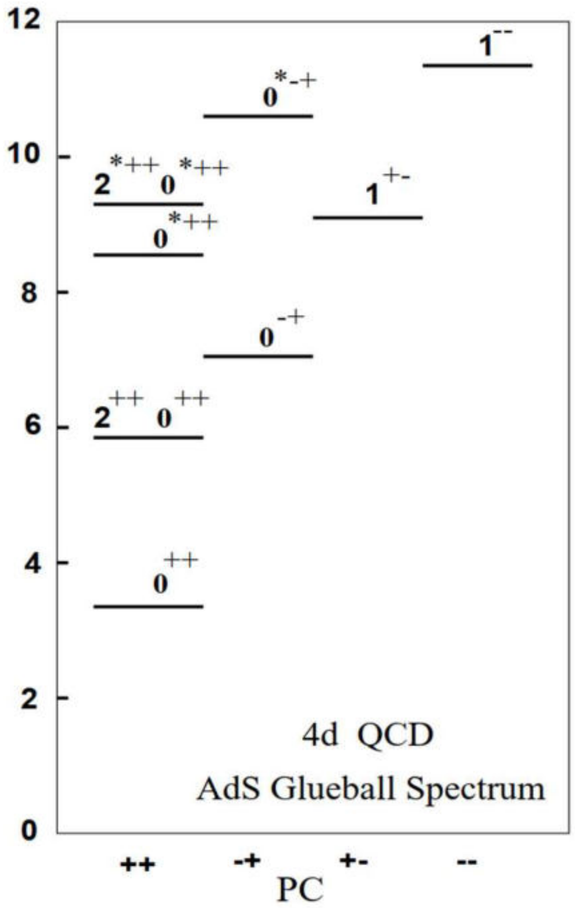
- また、これが $\delta g_{\mu\nu} \sim \dfrac{C_{\mu\nu}}{r^4} \quad (r \to \infty)$ のように振る舞うことも示され、

公式 $\langle T_{\mu\nu} \rangle \propto C_{\mu\nu}$ によって $\langle T_{\mu\nu} \rangle$ が求まる。

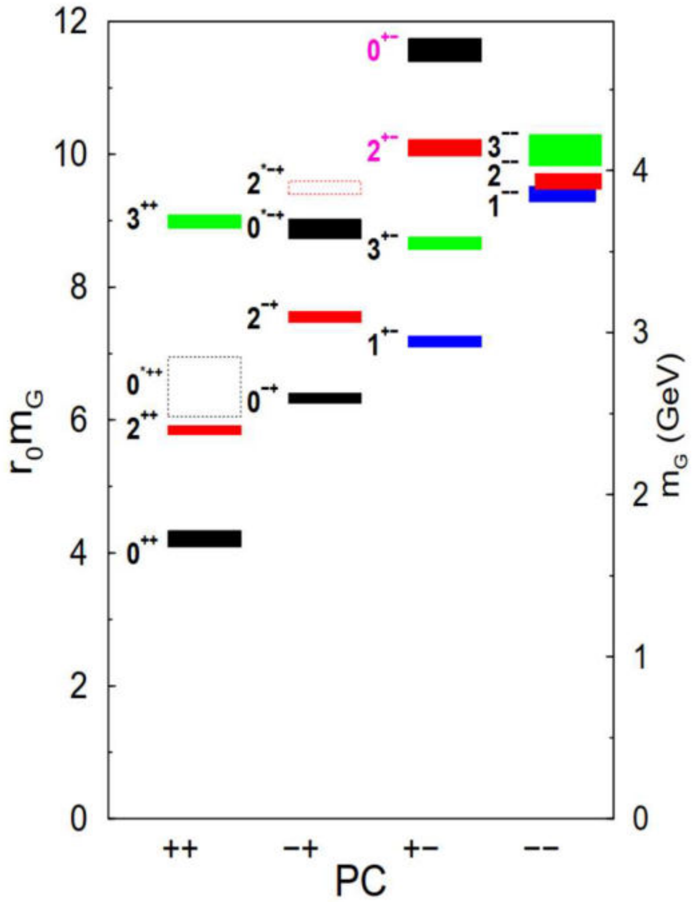
4 グルーボール・ドミナンス

- 今の系での glueball の解析

SUGRA



Lattice



[Brower-Mathur-Tan 2000 より]

- SUGRA の場 (metric など) をモード展開すると、出てくる 4 dim glueball 場が分かる。

  だいたいこんな感じ

convention ちょっと注意

$$\delta g_{MN}(x^\mu, r) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{MN}(x^\mu)\, r^2 \Psi_n(r)$$

4 dim glueball 場

r の関数の完全系

- 考える SUGRA 場の成分に応じて、いろいろな spin の glueball がでる。

  さらに $\Psi_n(r)$ をうまくとると、δg_{MN} の linearized Einstein 方程式が $\varphi_{MN}(x)$ の 4dim Klein-Gordon 方程式になり、質量が読み取れる。

States from 11-d G_{MN}				States from 11-d A_{MNL}		
$G_{\mu\nu}$	$G_{\mu,11}$	$G_{11,11}$	m_0 (Eq.)	$A_{\mu\nu,11}$	$A_{\mu\nu\rho}$	m_0 (Eq.)
G_{ij} 2^{++}	C_i $1^{++}_{(-)}$	ϕ 0^{++}	4.7007 (T_4)	B_{ij} 1^{+-}	C_{123} $0^{+-}_{(-)}$	7.3059 (N_4)
$G_{i\tau}$ $1^{-+}_{(-)}$	C_τ 0^{-+}		5.6555 (V_4)	$B_{i\tau}$ $1^{--}_{(-)}$	$C_{ij\tau}$ 1^{--}	9.1129 (M_4)
$G_{\tau\tau}$ 0^{++}			2.7034 (S_4)	G^α_α State 0^{++}		10.7239 (L_4)

Table 1: IIA Classification for QCD_4. Subscripts to J^{PC} designate $P_\tau = -1$.

[Brower-Mathur -Tan 2000 より]

- 実は、さきほど、$\langle T_{\mu\nu}\rangle$ を求めたときに出てきた metric の fluctuation

$$\boxed{\begin{aligned}\delta g_{\mu\nu} &= \delta g^{\mathrm{T}}_{\mu\nu} + \delta g^{\mathrm{S}}_{\mu\nu} + \cdots \\ \delta g^{\mathrm{T/S}}_{\mu\nu} &:= \frac{2\kappa_7^2}{L^5} r^2 \int dr' r'^3\, G^{\mathrm{T/S}}(r, r', \vec{k}) \mathcal{T}^{\mathrm{T/S}}_{\mu\nu}(r', \vec{k})\end{aligned}}$$

の $\delta g^{\mathrm{T}}_{\mu\nu}$, $\delta g^{\mathrm{S}}_{\mu\nu}$ は、それぞれ、前ページの表の *T*$_4$, *S*$_4$ の glueball 場の重ね合わせとして書けるように仕組んだもの。

- さっきの mode 展開 $\delta g_{MN}(x^\mu, r) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{MN}(x^\mu)\, r^2 \Psi_n(r)$ で用いた $\Psi_n(r)$ は次の固有方程式の固有関数

固有値は対応する glueball の質量

$$-\frac{1}{r^3 L^4}\partial_r\Big((r^7 - rR^6)\partial_r \Psi^{\mathrm{T}}_n(r)\Big) = (m^{\mathrm{T}}_n)^2 \Psi^{\mathrm{T}}_n(r)$$

$$-\frac{1}{r^3 L^4}\partial_r\left((r^7 - rR^6)\left(\partial_r + \frac{144 r^5 R^6}{(5r^6 - 2R^6)(r^6 + 2R^6)}\right)\Psi^{\mathrm{S}}_n(r)\right) = (m^{\mathrm{S}}_n)^2 \Psi^{\mathrm{S}}_n(r)$$

左辺の微分作用素は Green 関数の定義に出てきたもの：

$$\left[-\frac{1}{L^7}\partial_r\left((r^7 - rR^6)\partial_r\right) + \frac{r^3}{L^3}\vec{k}^2\right] G^{\mathrm{T}}(r, r', \vec{k}) = \delta(r - r')$$

$$\left[-\frac{1}{L^7}\partial_r\left((r^7 - rR^6)\left(\partial_r + \frac{144 r^5 R^6}{(5r^6 - 2R^6)(r^6 + 2R^6)}\right)\right) + \frac{r^3}{L^3}\vec{k}^2\right] G^{\mathrm{S}}(r, r', \vec{k}) = \delta(r - r')$$

- $\Rightarrow$ Green 関数は完全系 $\{\Psi_n(r)\}$ を用いて

$$G^{\mathrm{T/S}}(r,r',\vec{k}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Psi_n^{\mathrm{T/S}}(r)\Psi_n^{\mathrm{T/S}}(r')}{\vec{k}^2 + (m_n^{\mathrm{T/S}})^2}$$

と書ける。ここで $m_n^{\mathrm{T/S}}$ は対応する glueball の質量。

- また、これが $\Psi_n^{\mathrm{T/S}}(r) \sim \dfrac{\alpha_n^{\mathrm{T/S}}}{r^6}$ $(r \to \infty)$ のように振る舞うことも示され、

$\delta g_{\mu\nu}^{\mathrm{T/S}} := \dfrac{2\kappa_7^2}{L^5} r^2 \displaystyle\int dr' r'^3\, G^{\mathrm{T/S}}(r,r',\vec{k}) \mathcal{T}_{\mu\nu}^{\mathrm{T/S}}(r',\vec{k})$ から $\mathcal{O}(r^{-4})$ の項を拾って

公式

$$\langle T_{\mu\nu}\rangle = \langle T_{\mu\nu}^{\mathrm{T}}\rangle + \langle T_{\mu\nu}^{\mathrm{S}}\rangle$$

$$\langle T_{\mu\nu}^{\mathrm{T/S}}\rangle := \frac{6}{L^{10}} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^{\mathrm{T/S}} \int dr' \frac{r'^3\, \Psi_n^{\mathrm{T/S}}(r')}{\vec{k}^2 + (m_n^{\mathrm{T/S}})^2} \mathcal{T}_{\mu\nu}^{\mathrm{T/S}}(r',\vec{k})$$

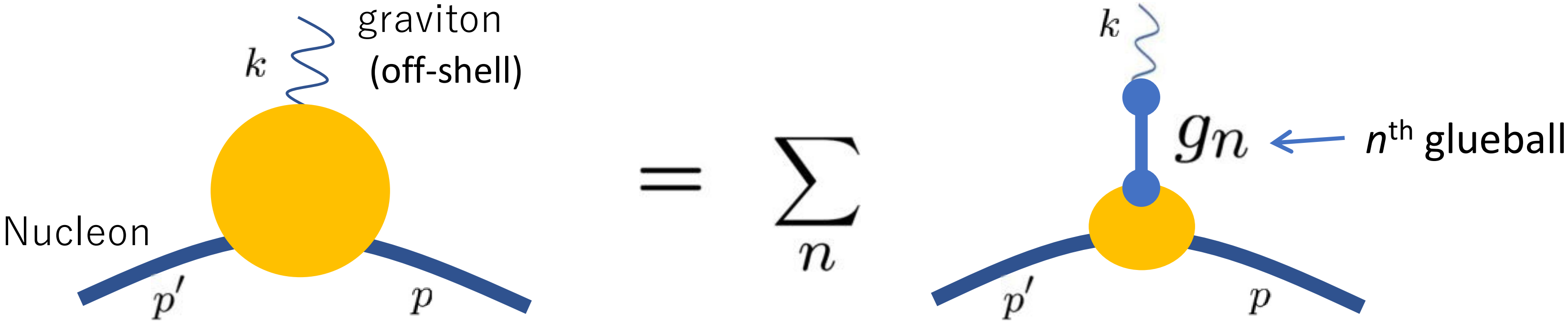
を得る。（本当は $\delta g_{\mu\nu}^{\mathrm{T/S}}$ のそれぞれが $\mathcal{O}(1/r^4)$ になるようにもう一工夫必要。）

公式

$$\langle T_{\mu\nu}\rangle = \langle T^{\mathrm{T}}_{\mu\nu}\rangle + \langle T^{\mathrm{S}}_{\mu\nu}\rangle$$

$$\langle T^{\mathrm{T/S}}_{\mu\nu}\rangle := \frac{6}{L^{10}}\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n^{\mathrm{T/S}}\int dr'\,\frac{r'^3\,\Psi_n^{\mathrm{T/S}}(r')}{\vec{k}^2+(m_n^{\mathrm{T/S}})^2}\,\mathcal{T}^{\mathrm{T/S}}_{\mu\nu}(r',\vec{k})$$

- この式からイントロで述べた関係が読み取れる：



- Forward limit ($k\to 0$) では、無限和が実行できる。

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\alpha_n^{\mathrm{T/S}}\Psi_n^{\mathrm{T/S}}(r)}{(m_n^{\mathrm{T/S}})^2} = \frac{L^7}{6}$$

$\mathcal{T}^{\mathrm{other}}_{\mu\nu}$ は全微分で落ちる

$$\Rightarrow\quad \langle T_{\mu\nu}\rangle \simeq \frac{1}{L^3}\int dr'\,r'^3\,\mathcal{T}^{\mathrm{T+S}}_{\mu\nu}(r',\vec{k}) = \frac{1}{L^3}\int dr'\,r'^3\,\mathcal{T}_{\mu\nu}(r',\vec{k})$$

D8-brane action のみから holography を忘れて
評価した 4 dim energy momentum tensor

5 D-term の評価

先ほどの式　$\langle T_{\mu\nu}\rangle \simeq \frac{1}{L^3}\int dr'\, r'^3\, \mathcal{T}_{\mu\nu}(r',\vec{k})$　に基づいて評価

$$\langle T_{\mu\nu}\rangle \;\simeq\; 2\kappa\int dz\,\mathrm{tr}\left[h(z)\eta^{\rho\sigma}F_{\mu\rho}F_{\nu\sigma}+k(z)F_{\mu z}F_{\nu z}-\frac{\eta_{\mu\nu}}{2}\left(\frac{h(z)}{2}F_{\rho\sigma}^2+k(z)F_{\rho z}^2\right)\right]$$

ここで、バリオン解をちゃんと求めて代入すれば良いのだが、
難しいので、z が小さい領域の近似解と z が大きい領域の近似解を
なめらかにつなげた配位で評価した。

詳しい議論は省略して結果だけ

$$D^{U(1)}(0)\;\simeq\;0.543,\quad D^{SU(2)}(0)\;\simeq\;-0.685$$

$$D(0)=D^{U(1)}(0)+D^{SU(2)}(0)\;\simeq\;\underline{-0.14}$$

6 展望

やるべきことはたくさんある。

- Glueball の propagator の寄与も入れて、t dependence を評価。
- $D(0) \simeq -0.14$ のより正確な評価。
- ソリトンの量子化をして B(t) も評価。
- メソンの重力形状因子の評価。

などなど