Creating stars orbiting in AdS

日大文理 村田佳樹 with 郭優佳(名大QG), 辻村潤(名大QG)

arXiv:2202.07807 [hep-th]

イントロダクション



Condensed matter physics





AdS black hole



Hartnoll, Herzog & Horowitz, 08

本当に、ブラックホール描像を持つ 物質が存在するのか?



本当に、重力双対を持つ物質があったら?

その物質を使って重力特有の現象を 観測できるはず。

重力特有な現象?





·存在の状況証拠のひとつ。

Taken from Astrophys. J. Lett. 875:L1



K.Hashimoto, S. Kinoshita, KM, 18, K.Hashimoto, S. Kinoshita, KM, 19, Y.Kaku, KM, J.Tsujimura, 21

AdS black holeの像



AdS時空中の"光"を使って、 AdS black holeの姿を見ることが出来る。

➡ 時間的測地線も考えられる?

Steller motion around Sgr A*



Keck/UCLA Galactic Center Group https://www.astro.ucla.edu/~ghezgroup/gc/animations.html

ブラックホール周りの 天体の運動の観測



●BH存在の状況証拠 ●BH周りの重力場の情報

問い AdS/CFTのセットアップで、 ブラックホール周りを公転する時間的測地線 を作り、その運動を観測できないだろうか? Angular velocity Ω 4 Wave number ${\mathcal m}$ Source Frequency





Timelike geodesic from Field equation

別地線方程式
Sch-AdS4:
$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega_2^2$$

 $f(r) = 1 + r^2 - r_h(1 + r_h^2)/r$
AdS半径=1
時間的測地線方程式

ド $\dot{r}^2 + V(r) = E^2$
 $V(r) = f(r) \left(1 + \frac{L^2}{r^2}\right)$



場で測地線を表せるか? $\Box \Phi = \mu^2 \Phi$ を短波長近似で考えよう。 ・ $\Phi = a(x) \exp(iS(x))$ 位相が早く振動するとする。 $-a(\nabla S)^2 + 2i\nabla a \cdot \nabla S + \Box a = \mu^2 a$ $[S(x) \sim -\omega t + im\phi \implies \partial_{\mu}S \sim \omega, m \gg 1]$ $\Rightarrow \quad \partial_{\mu}S\partial^{\mu}S = -\mu^2$

Klein-Gordon → 測地線

$$4\pi$$
速度 $u_{\mu} \equiv \partial_{\mu}S/\mu$ とおけば
 $\partial_{\mu}S\partial^{\mu}S = -\mu^{2}$ → $u_{\mu}u^{\mu} = -1$

$$\partial_{\mu}S\partial^{\mu}S = -\mu^2$$
を微分

 $0 = \nabla_{\nu} (\partial_{\mu} S \partial^{\mu} S) = 2 \partial^{\mu} S \nabla_{\nu} (\partial_{\mu} S)$ $= 2 \partial^{\mu} S \nabla_{\mu} (\partial_{\nu} S) = 2 u^{\mu} \nabla_{\mu} u_{\nu}$

短波長近似では、Klein-Gordon方程式から、 測地線方程式が得られる。



測地線のエネルギーと角運動量は $E = -mu_{\mu}(\partial_t)^{\mu}$ $L = mu_{\mu}(\partial_{\phi})^{\mu}$ で与えられることを思い出すと、

単位質量あたりのエネルギー: $\epsilon = -u_t$ 単位質量あたりの角運動量: $j = u_\phi$
-方, $u_\mu \equiv \partial_\mu S/\mu$ だったので,







Source and response

AdS boundary 近傍で

$$\Phi(t, r, \theta, \phi) \simeq \mathcal{J}(t, \theta, \phi) r^{-\Delta_{-}}$$

non-normalizable (r=∞での境界条件) $+\left\langle \mathcal{O}(t,\theta,\phi)\right\rangle r^{-\Delta_{+}} ,$

 $\Delta_{\pm} = 3/2 \pm \nu$ $\nu = \sqrt{9/4 + \mu^2}.$ $\mathcal{J}:$ 外場 $\langle \mathcal{O} \rangle$:その応答



 $r \to \infty$

どのような外場をQFT側に与えたらバルクに公転する「星」を作れるか?(逆問題)



 $\Phi(t, r, \theta, \phi) \simeq \mathcal{J}(t, \theta, \phi) r^{-\Delta_{-}} + \langle \mathcal{O}(t, \theta, \phi) \rangle r^{-\Delta_{+}} ,$

J≠0だと、 $\Phi \rightarrow \infty$. → EM tensor $\rightarrow \infty$.

➡ Backreactionが無視できない。

r=Aでcutoffを入れてその内側のダイナミクスを考える。

カットオフの外側では、理論が変更されて、 うまく正則化されてると考える。

$$\mathcal{L}' = -(\partial \Phi)^2 - \lambda(\psi)^2 \Phi^2 - (\partial \psi)^2 + 2\psi^2$$

 $\lambda(\psi) = \mu \tanh(\psi)$

Creating localized star



Quasi normal mode

$$\left[\partial_t^2 - \partial_x^2 + V(x)\right]\Psi_{l'm'}(t,x) = 0 \Rightarrow \left[-\partial_x^2 + V(x)\right]\Psi_{\omega l'm'}(x) = \omega^2 \Psi_{\omega l'm'}(x)$$



$$\begin{cases} \Psi_{\omega l'm'} \sim r^{-\Delta_{+}} & r \to \infty \\ \Psi_{\omega l'm'} \sim e^{-i\omega x} & r \to r_{h} \end{cases}$$

いに関する固有値問題
-般にはwは複素数. 🍦 quasi normal mode
(QNM)

実際上の方程式を解くと、









Creation of Localized QNM



ダイナミカルに作ることが出来る。











 $\Phi(t, r, \theta, \phi) \simeq \mathcal{J}(t, \theta, \phi) r^{-\Delta_{-}} + \langle \mathcal{O}(t, \theta, \phi) \rangle r^{-\Delta_{+}} ,$



与えた外場の応答を見れば、 星の位置が観測できる。

作られる星(測地線)の パラメータ $\Phi = a(x) \exp(iS(x)) \Rightarrow \epsilon = -\frac{1}{\mu} \partial_t S, \quad j = \frac{1}{\mu} \partial_\phi S.$ 我々が与える外場は、 $\mathcal{J}(t,\theta,\phi) = J_0 \, \exp\left[-\frac{(t-T)^2}{2\sigma_t^2} - \frac{(\theta-\pi/2)^2}{2\sigma_\theta^2} - \frac{(\phi-\Omega t)^2}{2\sigma_\phi^2} - i\omega t + im\phi\right]$ と書けることがわかる。 $\epsilon = \frac{\omega}{\mu}$ Angular velocity Ω 星の単位質量あたりの エネルギー&公転角運動量 Wave number mSource Frequency (\mathcal{U}) $j = \frac{\dots}{\mu}$ 星の単位質量あたりの Localized scalar field 公転角運動量 Black hole AdS boundary Ω 公転角速度

Implication to gauge/gravity

これは、任意のエネルギー・角運動量・公転角速度を持つ星を作れると 言っているわけではない。

円軌道の測地線は、1-parameter ファミリー, つまり、軌道半径を決めると、

エネルギー・角運動量・公転角速度がすべて決まるからである。

$$\begin{aligned} \epsilon^2 &= \frac{2(R-r_h)^2(R^2+r_hR+r_h^2+1)^2}{R\{2R-3r_h(1+r_h^2))\}} ,\\ j^2 &= \frac{R^2(2R^3+r_h^3+r_h)}{2R-3r_h(1+r_h^2)} , \ \Omega^2 &= \frac{2R^3+r_h^3+r_h}{2R^3} . \end{aligned}$$

$$\epsilon \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} j = j(\epsilon) \\ \Omega = \Omega(\epsilon) \end{cases}$$

計量が分からなくても、実際に実験で星が作れれば 円軌道する粒子のエネルギー・角運動量・公転角速度 **---->** 計量の情報 の関係がわかる。



重力双対を持つQFTに、 外場をうまく印加することにより、 bulkに公転する星をつくることができる。

AdS時空に公転する星を作れば、 bulk geometryの情報を直接抜き出すことが可能。

Future prospect

場の理論の外場をうまく選べば、重力系を操作出来る。 何を作れば面白いだろうか?



●非円軌道
 "楕円"軌道・ブラックホールへ落下する軌道など。
 角運動量=0の軌道 → BHがあるかないかの判定

Future prospect

D-brane
 D3-D7解は重力解として存在する。
 pure AdSに外場をかけて、D3/D7系
 を作れるか? Kirscha&Vaman, 05

SYMに外場をかけるとQCDになる?

●宇宙論 膨張宇宙をAdS内部に作れるか?

●天文学?