

---

# ダークマターをトリガーとした 複屈折効果について

---



東北大学  
山田 將樹

in collaboration with  
Shota Nakagawa, Fuminobu Takahashi (Tohoku Univ.)

Based on Phys.Rev.Lett. 127 (2021) 18, 181103

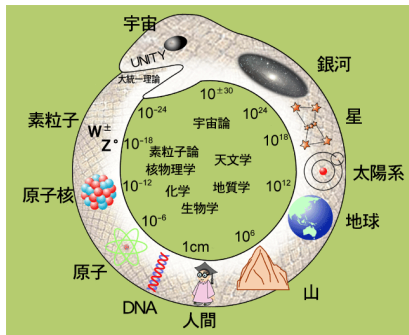


**TOHOKU**  
UNIVERSITY

November 10th, 2021 - 京都大学セミナー

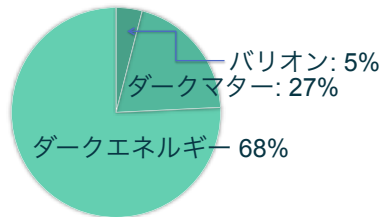
# イントロダクション: 素粒子理論と宇宙論

- 宇宙の始まりの時期は素粒子理論と密接に関係している。
- 宇宙の成り立ちを理解するには素粒子理論が必要不可欠。逆もまた然り。



KEK素粒子原子核研究所HPより抜粋

現在の宇宙のエネルギー密度



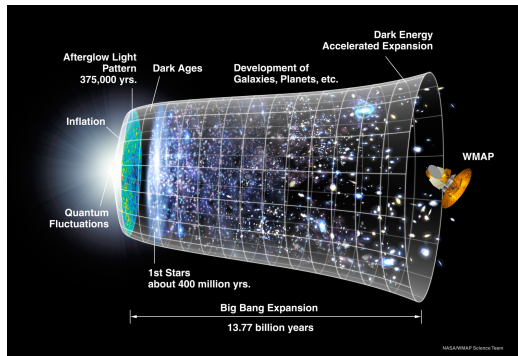
# 目次

---

- ビッグバン宇宙と宇宙背景放射
- 複屈折効果による偏光面の回転
- アクシオンによる複屈折効果
- 物質優勢期をトリガーとしたアクシオン振動
- UV complete なモデル
- まとめ

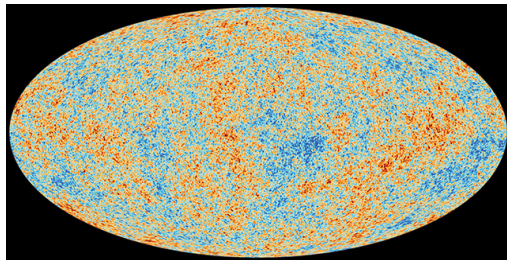
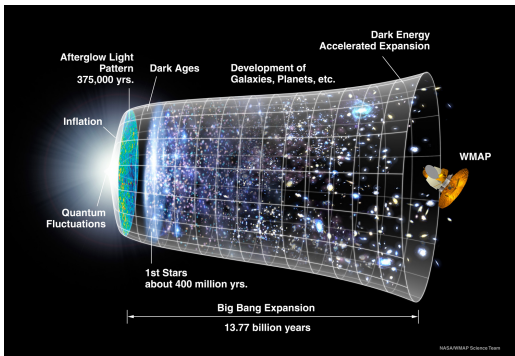
# ビッグバン宇宙と宇宙背景放射

- 宇宙は熱い火の玉の状態から始まり、時間とともに膨張することで冷えていっている。



# ビッグバン宇宙と宇宙背景放射

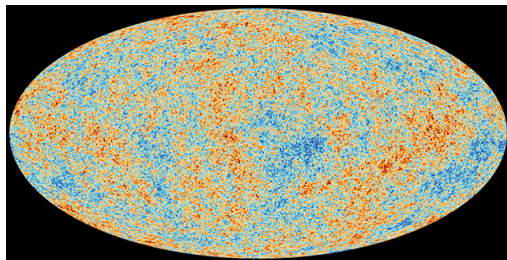
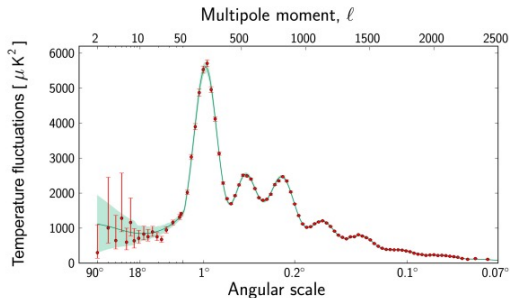
- 宇宙は熱い火の玉の状態から始まり、時間とともに膨張することで冷えていっている。この火の玉宇宙の名残の光が宇宙背景放射として現在観測されている。



ESA and the Planck collaboration

# ビッグバン宇宙と宇宙背景放射

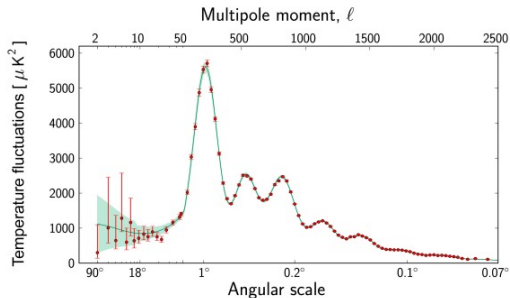
- 宇宙は熱い火の玉の状態から始まり、時間とともに膨張することで冷えていっている。この火の玉宇宙の名残の光が宇宙背景放射として現在観測されている。



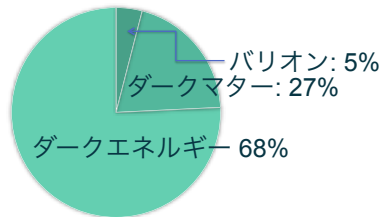
ESA and the Planck collaboration

# ビッグバン宇宙と宇宙背景放射

- 宇宙は熱い火の玉の状態から始まり、時間とともに膨張することで冷えていっている。この火の玉宇宙の名残の光が宇宙背景放射として現在観測されている。

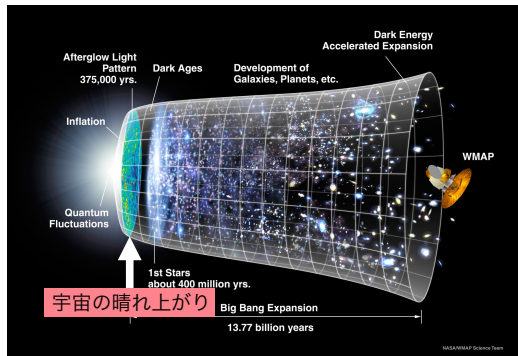


現在の宇宙のエネルギー密度



# ビッグバン宇宙と宇宙背景放射

- 宇宙は熱い火の玉の状態から始まり、時間とともに膨張することで冷えていっている。この火の玉宇宙の名残の光が宇宙背景放射として現在観測されている。



宇宙の晴れ上がり以前では光子と電子は頻繁にトムソン散乱している。

晴れ上がり前

晴れ上がり後

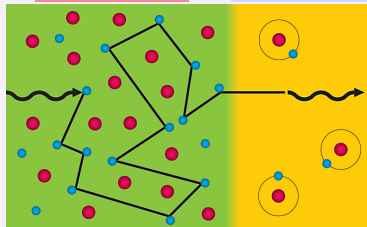


Figure from <http://abyss.uoregon.edu/%7Ejs/ast223/lectures/lec22.html>, modified by [https://www.rikanenpyo.jp/FAQ/tenmon/faq\\_ten\\_009.html](https://www.rikanenpyo.jp/FAQ/tenmon/faq_ten_009.html)



# ビッグバン宇宙と宇宙背景放射

- 宇宙は熱い火の玉の状態から始まり、時間とともに膨張することで冷えていっている。この火の玉宇宙の名残の光が宇宙背景放射として現在観測されている。

トムソン散乱は、偏光面が入射光と反射光の両方に垂直になるという性質がある。

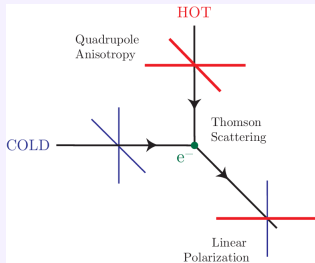


Figure from 9706147, modified by 0811.3919

宇宙の晴れ上がり以前では光子と電子は頻りにトムソン散乱している。

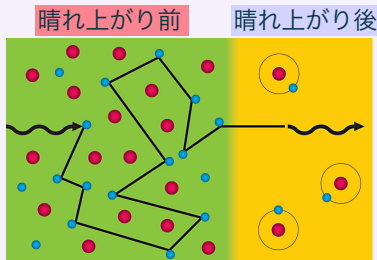


Figure from <http://abyss.uoregon.edu/~7Ejs/ast223/lectures/lec22.html>, modified by [https://www.rikanenpyo.jp/FAQ/tenmon/faq\\_ten\\_009.html](https://www.rikanenpyo.jp/FAQ/tenmon/faq_ten_009.html)

# ビッグバン宇宙と宇宙背景放射

- 宇宙は熱い火の玉の状態から始まり、時間とともに膨張することで冷えていっている。この火の玉宇宙の名残の光が宇宙背景放射として現在観測されている。

トムソン散乱は、偏光面が入射光と反射光の両方に垂直になるという性質がある。

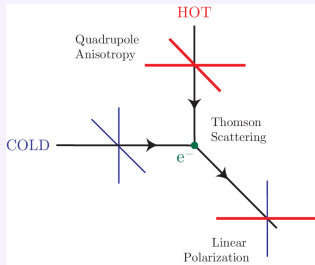


Figure from 9706147, modified by 0811.3919

この性質により、宇宙背景放射の光の偏光面は宇宙背景放射の温度揺らぎの分布と関連しており、E-mode のみが作られる。

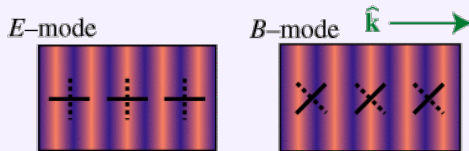
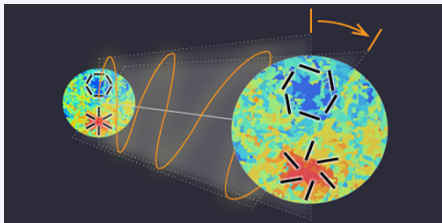


Figure from <http://background.uchicago.edu/~whu/araa/node13.html>

# ビッグバン宇宙と宇宙背景放射

- 宇宙は熱い火の玉の状態から始まり、時間とともに膨張することで冷えていっている。この火の玉宇宙の名残の光が宇宙背景放射として現在観測されている。

もし宇宙背景放射の偏光面が回転していたとすると B-mode が作られる。そこから回転角を逆算することができる。



Y. Minami / KEK

この性質により、宇宙背景放射の光の偏光面は宇宙背景放射の温度揺らぎの分布と関連しており、E-mode のみが作られる。

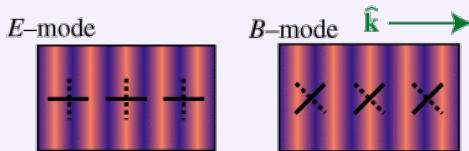
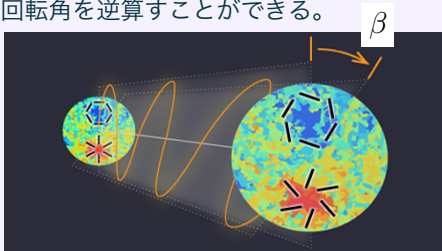


Figure from <http://background.uchicago.edu/~whu/araa/node13.html>

# ビッグバン宇宙と宇宙背景放射

- 宇宙は熱い火の玉の状態から始まり、時間とともに膨張することで冷えていっている。この火の玉宇宙の名残の光が宇宙背景放射として現在観測されている。

もし宇宙背景放射の偏光面が回転していたとすると B-mode が作られる。そこから回転角を逆算することができる。



Y. Minami/KEK

最近の南&小松らの解析によって、その証拠の片鱗が見つかっている。

## New Extraction of the Cosmic Birefringence from the Planck 2018 Polarization Data

Yuto Minami\*

*High Energy Accelerator Research Organization, 1-1 Oho, Tsukuba, Ibaraki 305-0801, Japan*

Eiichiro Komatsu<sup>†</sup>

*Max Planck Institute for Astrophysics, Karl-Schwarzschild-Str. 1, D-85748 Garching, Germany and*

*Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe (Kavli IPMU, WPI),*

*Todai Institutes for Advanced Study, The University of Tokyo, Kashiwa 277-8583, Japan*

(Dated: November 24, 2020)

We search for evidence of parity-violating physics in the Planck 2018 polarization data, and report on a new measurement of the cosmic birefringence angle,  $\beta$ . The previous measurements are limited by the systematic uncertainty in the absolute polarization angles of the Planck detectors. We mitigate this systematic uncertainty completely by simultaneously determining  $\beta$  and the angle miscalibration using the observed cross-correlation of the  $E$ - and  $B$ -mode polarization of the cosmic microwave background and the Galactic foreground emission. We show that the systematic errors are effectively mitigated and achieve a factor-of-2 smaller uncertainty than the previous measurement, finding  $\beta = 0.35 \pm 0.14$  deg (68% C.L.), which excludes  $\beta = 0$  at 99.2% C.L. This corresponds to the statistical significance of  $2.4\sigma$ .

$$\beta = 0.35 \pm 0.14 \text{ deg}$$

# ビッグバン宇宙と宇宙背景放射

- 南&小松らの解析: Planckの偏光観測の結果には観測機器が一定の角度だけずれている可能性からくる不定性 $\alpha$ があったが、この不定性を取り除く方法を考案した。

$\alpha$ : miscalibration angle

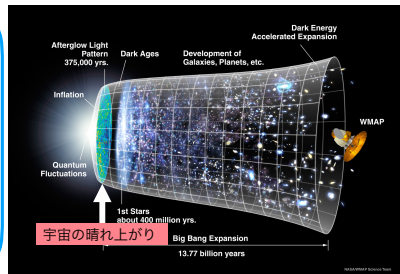
$\beta$ : 偏光の回転角

Observed correlation functions  
(CMB + foreground)

Theoretical correlation functions (CMB)

$$\langle C_{\ell}^{EB,o} \rangle = \frac{\tan(4\alpha)}{2} \left( \langle C_{\ell}^{EE,o} \rangle - \langle C_{\ell}^{BB,o} \rangle \right) + \frac{\sin(4\beta)}{2 \cos(4\alpha)} \left( \langle C_{\ell}^{EE,CMB} \rangle - \langle C_{\ell}^{BB,CMB} \rangle \right) + \frac{1}{\cos(4\alpha)} \langle C_{\ell}^{EB,fg} \rangle + \frac{\cos(4\beta)}{\cos(4\alpha)} \langle C_{\ell}^{EB,CMB} \rangle.$$

Y. Minami, et. al., 1904.12440



# ビッグバン宇宙と宇宙背景放射

- 南&小松らの解析: Planckの偏光観測の結果には観測機器が一定の角度だけずれている可能性からくる不定性 $\alpha$ があったが、この不定性を取り除く方法を考案した。

$\alpha$ : miscalibration angle

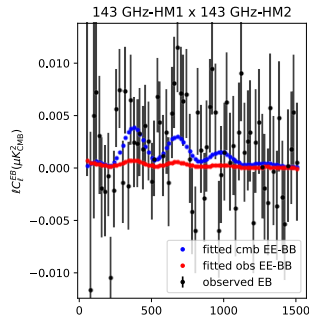
$\beta$ : 偏光の回転角

Observed correlation functions  
(CMB + foreground)

Theoretical correlation  
functions (CMB)

$$\langle C_\ell^{EB,o} \rangle = \frac{\tan(4\alpha)}{2} \left( \langle C_\ell^{EE,o} \rangle - \langle C_\ell^{BB,o} \rangle \right) + \frac{\sin(4\beta)}{2 \cos(4\alpha)} \left( \langle C_\ell^{EE,CMB} \rangle - \langle C_\ell^{BB,CMB} \rangle \right) + \frac{1}{\cos(4\alpha)} \langle C_\ell^{EB,fg} \rangle + \frac{\cos(4\beta)}{\cos(4\alpha)} \langle C_\ell^{EB,CMB} \rangle.$$

Y. Minami, et. al., 1904.12440



Y. Minami and E. Komatsu, 2011.11254

# 目次

---

- ビッグバン宇宙と宇宙背景放射
- 複屈折効果による偏光面の回転
- アクシオンによる複屈折効果
- 物質優勢期をトリガーとしたアクシオン振動
- UV complete なモデル
- まとめ

## 複屈折効果による偏光面の回転

---

- 宇宙背景放射の偏光面が回転していたという解析結果が意味するところは？
  - ・ 宇宙の全方向一様に回転
  - ・ 特定の方向に回転 = P, CP の破れ
  - ・  $\mathcal{O}(1)$  degrees の回転
  - ・ 宇宙の晴れ上がり以降に回転
- これらの条件を満たすような物理が必要。



## 複屈折効果による偏光面の回転

- 偏光面を回転する効果として、ファラデー効果と複屈折 (Birefringence) がある。

物質に磁場をかけておくと、その磁場の方向に光が通過するとき偏光面が回転する。ただし、

- 物質 (電子) がないと働かない
- 磁場が我々の方向に等方に向いていない

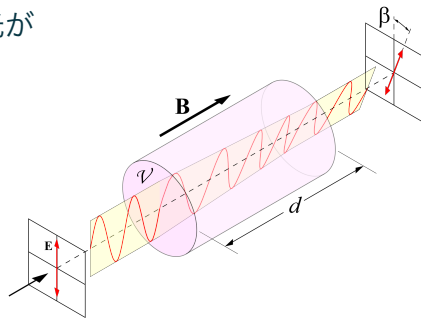


Figure from [https://en.wikipedia.org/wiki/Faraday\\_effect](https://en.wikipedia.org/wiki/Faraday_effect)

## 複屈折効果による偏光面の回転

- 偏光面を回転する効果として、ファラデー効果と複屈折 (Birefringence) がある。

複屈折 = 光の偏光ごとに屈折率が異なるという性質。



Figure from [https://www.shinkosha.com/Rutile\\_prisms.html](https://www.shinkosha.com/Rutile_prisms.html)

## 複屈折効果による偏光面の回転

- 偏光面を回転する効果として、ファラデー効果と複屈折 (Birefringence) がある。

複屈折 = 光の偏光ごとに屈折率が異なるという性質。

媒質中の光速

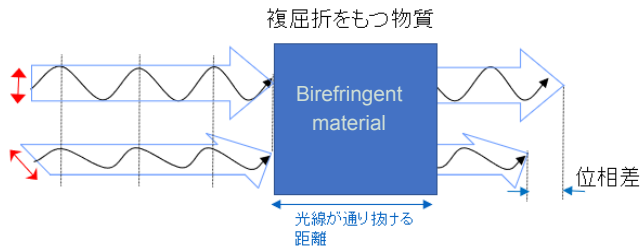


Figure from <https://www.photonic-lattice.com/topics/2-d-birefringence-measurement-system-introduction/>

## 複屈折効果による偏光面の回転

- 宇宙が複屈折効果をもつ物質によって満たされていれば、宇宙背景放射の偏光面を回転させることができる。

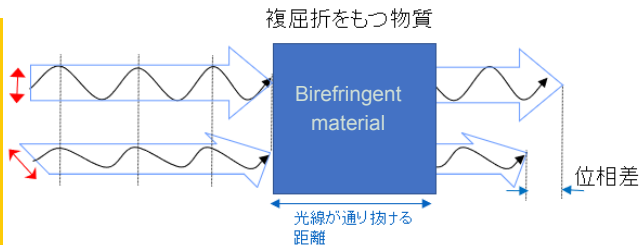
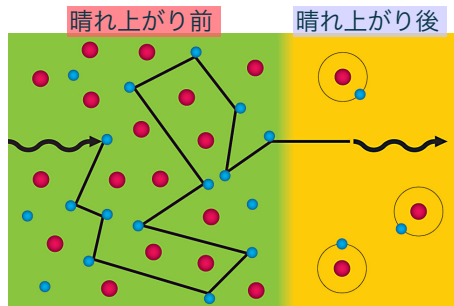


Figure from <http://abyss.uoregon.edu/~7Ejs/ast223/lectures/lec22.html>,  
modified by [https://www.rikanenpvo.jp/FAQ/tenmon/faq\\_ten\\_009.html](https://www.rikanenpvo.jp/FAQ/tenmon/faq_ten_009.html)

Figure from <https://www.photonic-lattice.com/topics/2-d-birefringence-measurement-system-introduction/>

# 目次

---

- ビッグバン宇宙と宇宙背景放射
- 複屈折効果による偏光面の回転
- **アクシオンによる複屈折効果**
- 物質優勢期をトリガーとしたアクシオン振動
- UV complete なモデル
- まとめ

## アクションによる複屈折効果

- 宇宙背景放射の偏光面が回転していたという解析結果が意味するところは？
  - ・ 宇宙の全方向一様に回転
  - ・ 特定の方向に回転 = P, CP の破れ
  - ・  $\mathcal{O}(1)$  degrees の回転
  - ・ 宇宙の晴れ上がり以降に回転
- これらの条件を満たす複屈折効果をもつ新粒子が必要。

# アクションによる複屈折効果

S.M.Carroll, G.B.Field, R.Jackiw '90  
D.Harari, P.Sikivie '92  
S.M.Carroll, '98

- 宇宙背景放射の偏光面が回転していたという解析結果が意味するところは？

- ・ 宇宙の全方向一様に回転
- ・ 特定の方向に回転 = P, CP の破れ
- ・  $\mathcal{O}(1)$  degrees の回転
- ・ 宇宙の晴れ上がり以降に回転



- ・ スカラー場のcoherent mode
- ・  $c_\gamma \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\phi}{f_\phi} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$
- ・ photon と tree level coupling?

- これらの条件を満たす複屈折効果をもつ新粒子が必要。

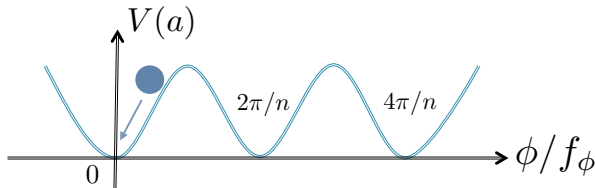
# アクシオンによる複屈折効果

S.M.Carroll, G.B.Field,R.Jackiw '90  
D.Harari, P.Sikivie '92  
S.M.Carroll, '98

- アクシオン: アノマリーを通してゲージ場と相互作用する擬NBボソン。

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) - c_\gamma \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\phi}{f_\phi} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$$

- アクシオン存在下での光子の分散関係:  $\omega_{L,R}^2 = k^2 \left( 1 \pm c_\gamma \frac{\alpha}{\pi} \frac{\dot{\phi}}{k f_\phi} \right)$
- アクシオンの運動方程式:  $\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + m_\phi^2 \phi \simeq 0$





# アクシオンによる複屈折効果

S.M.Carroll, G.B.Field,R.Jackiw '90  
D.Harari, P.Sikivie '92  
S.M.Carroll, '98

- 宇宙の全方向一様に回転
- 特定の方向に回転 = P, CP の破れ
- $\mathcal{O}(1)$  degrees の回転
- 宇宙の晴れ上がり以降に回転



- $\phi = \phi(t)$
- $\Delta\phi \neq 0$
- $\beta = c_\gamma \frac{\alpha}{2\pi} \frac{\Delta\phi}{f_\phi} \simeq 0.42 c_\gamma \left( \frac{\phi_{\text{today}} - \phi_{\text{LSS}}}{2\pi f_\phi} \right) \text{deg} = \mathcal{O}(1)$
- $10^{-33} \text{ eV} \lesssim m_\phi \lesssim 10^{-28} \text{ eV}$

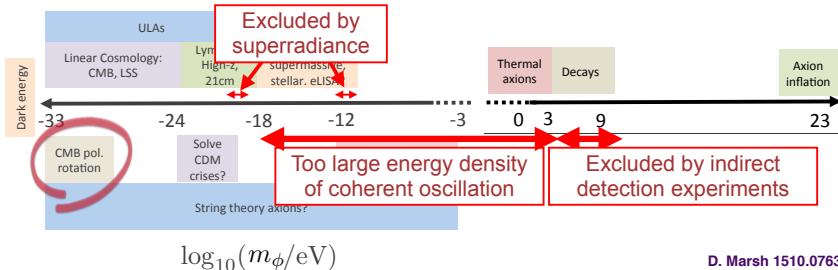
- これらの条件を満たすアクシオンがあればよい。

# アクシオンによる複屈折効果

S.M.Carroll, G.B.Field, R.Jackiw '90  
D.Harari, P.Sikivie '92  
S.M.Carroll, '98

- 宇宙の全方向一様に回転
- 特定の方向に回転 = P, CP の破れ
- $\mathcal{O}(1)$  degrees の回転
- 宇宙の晴れ上がり以降に回転

- $\phi = \phi(t)$
- $\Delta\phi \neq 0$
- $\beta = c_\gamma \frac{\alpha}{2\pi} \frac{\Delta\phi}{f_\phi} \simeq 0.42 c_\gamma \left( \frac{\phi_{\text{today}} - \phi_{\text{LSS}}}{2\pi f_\phi} \right) \text{deg} = \mathcal{O}(1)$
- $10^{-33} \text{ eV} \lesssim m_\phi \lesssim 10^{-28} \text{ eV}$



See, e.g.,  
Stott, Marsh 1805.02016,  
Mehta et al. 2103.06812

$$m_\phi \propto e^{-S}$$

D. Marsh 1510.07633

# アクシオンによる複屈折効果

S.M.Carroll, G.B.Field,R.Jackiw '90  
D.Harari, P.Sikivie '92  
S.M.Carroll, '98

- 宇宙の全方向一様に回転
- 特定の方向に回転 = P, CP の破れ
- $\mathcal{O}(1)$  degrees の回転
- 宇宙の晴れ上がり以降に回転



- $\phi = \phi(t)$
- $\Delta\phi \neq 0$
- $\beta = c_\gamma \frac{\alpha}{2\pi} \frac{\Delta\phi}{f_\phi} \simeq 0.42 c_\gamma \left( \frac{\phi_{\text{today}} - \phi_{\text{LSS}}}{2\pi f_\phi} \right) \text{deg} = \mathcal{O}(1)$
- $10^{-33} \text{ eV} \lesssim m_\phi \lesssim 10^{-28} \text{ eV}$

- これらの条件を満たすアクシオンがあればよい。

アクシオンの質量がその範囲にあるのはなぜか？

どうしてアクシオンが宇宙の晴れ上がり以降、現在までの間に振動を開始したのか？

(Cosmic coincidence problem or "why now" problem)

# 目次

---

- ビッグバン宇宙と宇宙背景放射
- 複屈折効果による偏光面の回転
- アクシオンによる複屈折効果
- 物質優勢期をトリガーとしたアクシオン振動
- UV complete なモデル
- まとめ

## 物質優勢期をトリガーとしたアクシオン振動

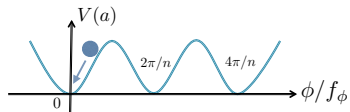
---

- アクシオンが宇宙の晴れ上がり以降に運動を開始すれば、宇宙背景放射の偏光面を回転させることができる。
- ではどうしてアクシオンが宇宙の晴れ上がり以降、現在までの間に振動を開始したのか？

## 物質優勢期をトリガーとしたアクシオン振動

- アクシオンが宇宙の晴れ上がり以降に運動を開始すれば、宇宙背景放射の偏光面を回転させることができる。
- ではどうしてアクシオンが宇宙の晴れ上がり以降、現在までの間に振動を開始したのか？
- 宇宙の晴れ上がりの時期と物質優勢期になる時期はほとんど同じなため、ダークマターと関連させることを考える。

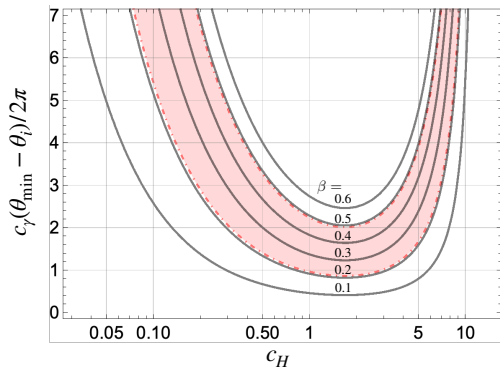
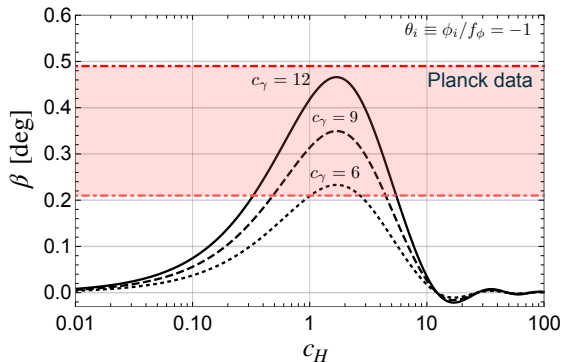
$$V(\phi) = \frac{1}{2} c_H H_{\text{DM}}^2(t) \phi^2 \quad H_{\text{DM}}^2 \equiv \frac{\rho_{\text{DM}}}{3M_{\text{Pl}}^2}, \quad c_H = \mathcal{O}(1)$$



→ 物質優勢期をトリガーとしてアクシオンが振動を開始する。

# 物質優勢期をトリガーとしたアクシオン振動

- 低エネルギー有効理論:  $\mathcal{L}_\phi = -\frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{1}{2}c_H H_{\text{DM}}^2(t)\phi^2 - c_\gamma \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\phi}{f_\phi} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$



S. Nakagawa, F. Takahashi, M.Y., 2103.08153

## 物質優勢期をトリガーとしたアクシオン振動

- 低エネルギー有効理論:  $\mathcal{L}_\phi = -\frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{1}{2}c_H H_{\text{DM}}^2(t)\phi^2 - c_\gamma \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\phi}{f_\phi} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$

この有効質量を出すようなUV theoryはあるか？

- UV origin 1: non-minimal gravitational coupling
- UV origin 2: Witten effect on hidden monopole DM



## 物質優勢期をトリガーとしたアクシオン振動の UV model

- UV origin 1: non-minimal gravitational coupling

$$\mathcal{L} \supset -\xi R\phi^2 \sim 3\xi H_{\text{DM}}^2(t)\phi^2$$

- 輻射優勢期では  $R \ll H^2$  なので無視できる.
- 物質優勢期には  $\sqrt{6\xi}H$  の質量を与える.
- 低エネルギー有効理論:  $\mathcal{L}_\phi = -\frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{1}{2}c_H H_{\text{DM}}^2(t)\phi^2 - c_\gamma \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\phi}{f_\phi} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$

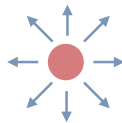
S. Nakagawa, F. Takahashi, M.Y., 2103.08153

## 物質優勢期をトリガーとしたアクシオン振動の UV model

- UV origin 2: Witten effect on hidden monopole DM
  - Hidden sector に  $SU(2)_H$  ゲージ理論を導入し、それをAdjoint Higgs field で  $U(1)_H$  に破ったとする。そのときに現れるモノポールはダークマターの候補となる。
  - アクシオンがこの  $U(1)_H$  とも相互作用していると、モノポールが  $\phi/(2\pi f_\phi)$  の電荷を持つ。

$$\mathcal{L} \supset -\frac{1}{4}F_{H,\mu\nu}F_H^{\mu\nu} - \frac{\alpha_H\phi}{8\pi f_\phi}F_{H,\mu\nu}\tilde{F}_H^{\mu\nu} \quad \longrightarrow \quad \text{div}\vec{E}_H = -\frac{\alpha_H\phi}{2\pi f_\phi}\text{div}\vec{B}_H \quad (\text{Witten effect})$$

E. Witten '79



# 物質優勢期をトリガーとしたアクシオン振動の UV model

S. Nakagawa, F. Takahashi, M.Y., 2103.08153

## ● UV origin 2: Witten effect on hidden monopole DM

- Hidden sector に  $SU(2)_H$  ゲージ理論を導入し、それを Adjoint Higgs field で  $U(1)_H$  に破ったとする。そのときに現れるモノポールはダークマターの候補となる。
- アクシオンがこの  $U(1)_H$  とも相互作用していると、モノポールが  $\phi/(2\pi f_\phi)$  の電荷を持つ。

$$\mathcal{L} \supset -\frac{1}{4}F_{H,\mu\nu}F_H^{\mu\nu} - \frac{\alpha_H\phi}{8\pi f_\phi}F_{H,\mu\nu}\tilde{F}_H^{\mu\nu} \quad \longrightarrow \quad \text{div}\vec{E}_H = -\frac{\alpha_H\phi}{2\pi f_\phi}\text{div}\vec{B}_H \quad (\text{Witten effect})$$

E. Witten '79

- モノポールがダークマターとして漂っていると、全体の電場のエネルギーを最小化するようにアクシオンが有効ポテンシャルを得る。

$$m_\phi^2 \simeq \left(\frac{\alpha_H}{4\pi f_\phi}\right)^2 \rho_M(t) \\ = c_H H_{\text{DM}}^2(t) \quad \text{where} \quad c_H = 3 \left(\frac{\alpha_H}{4\pi} \frac{M_{\text{pl}}}{f_\phi}\right)^2 = \mathcal{O}(1) \quad \text{for} \quad f_\phi = 10^{16} \text{ GeV} \quad \text{and} \quad \alpha_H = \mathcal{O}(0.01)$$

Fischler, Presskill '83

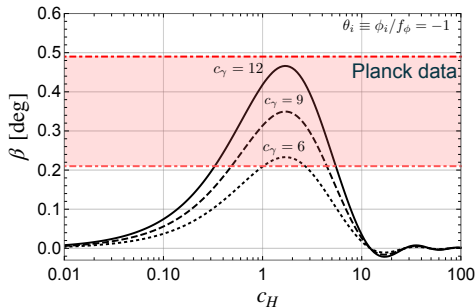
## まとめ

- 宇宙背景放射の偏光面が回転していたという解析結果は、アクシオンが晴れ上がりの時代以降に振動を始めたことを示唆している。("Why now" problem?)
- これは物質優勢期をトリガーとしてアクシオンが振動を開始したと考えると自然に説明できる。

$$\mathcal{L}_\phi = -\frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{1}{2}c_H H_{\text{DM}}^2(t)\phi^2 - c_\gamma \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\phi}{f_\phi} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$$

- UV origins:

- Non-minimal coupling to gravity
- Hidden monopole dark matter



# Appendix: その他の最近のreferences

---

- インフレーション中の揺らぎの影響についての研究
  - Pospelov, Ritz, Skordis 0808.0673 (massless の場合)
  - Fujita, Minami, Murai, Nakatsuka 2008.02473 (axion の local fluctuation を考慮)
- ダークマターと関連するモデル
  - Fedderke, Graham, Rajendran 1903.02666 (Fuzzy DM, 晴れ上がりの期間に振動していると偏光をwashoutする効果)
  - Nakagawa, Takahashi, Yamada 2103.08153 (This work!)
- ダークエネルギーと関連するモデル
  - Fujita, Murai, Nakatsuka, Tsujikawa 2011.11894 (early dark energyによって $H_0$  tensionも解決)
  - Choi, Lin, Visinelli, Yanagida 2106.12602 (small EW instanton によって質量を与える)
  - Obata 2108.02150 (two-axion alignment mechanism でダークマターとも関連)
- Topological defects の形成に関するモデル
  - Agrawal, Hook, Huang 1912.02823 (Cosmic stringによるanisotropic birefringenceに関する研究)
  - Jain, Long, Amin 2103.10962 (Cosmic stringによるanisotropic birefringenceに関する研究)
  - Takahashi, Yin 2012.11576 (Domain wall without cosmic strings のモデル, isotropic と anisotropic の両方を予言)