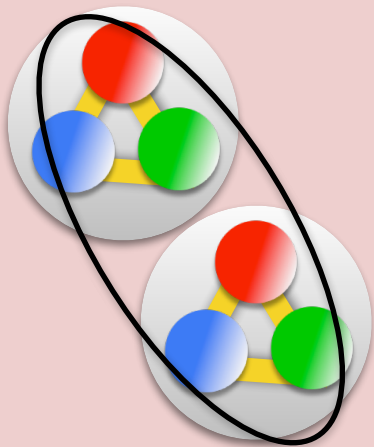


クォーク・ハドロン連続性と 高次形式対称性

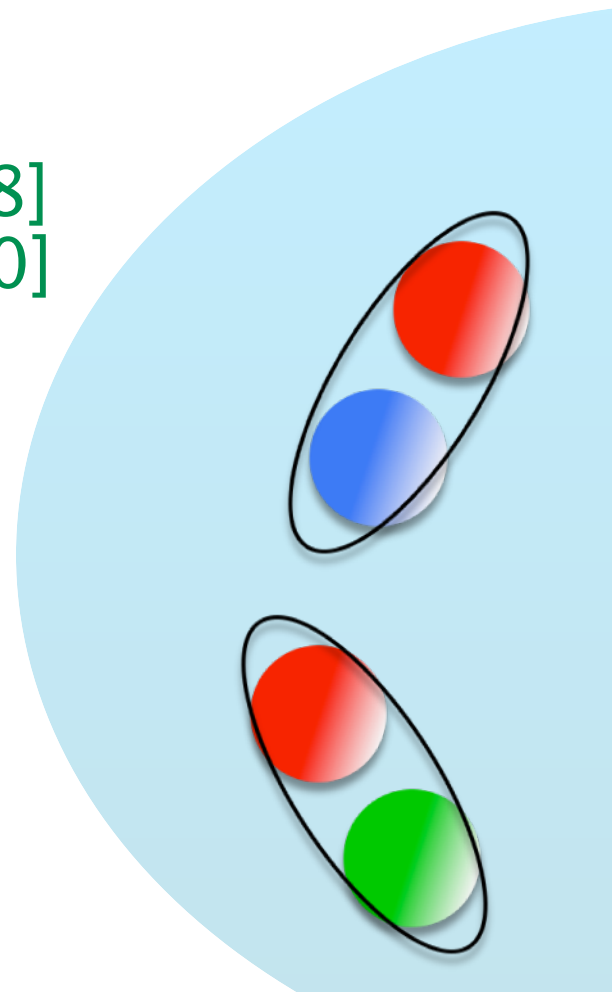
with 谷崎佑弥

PRL'19 [1811.10608]
JHEP'19 [1904.08570]



広野雄士

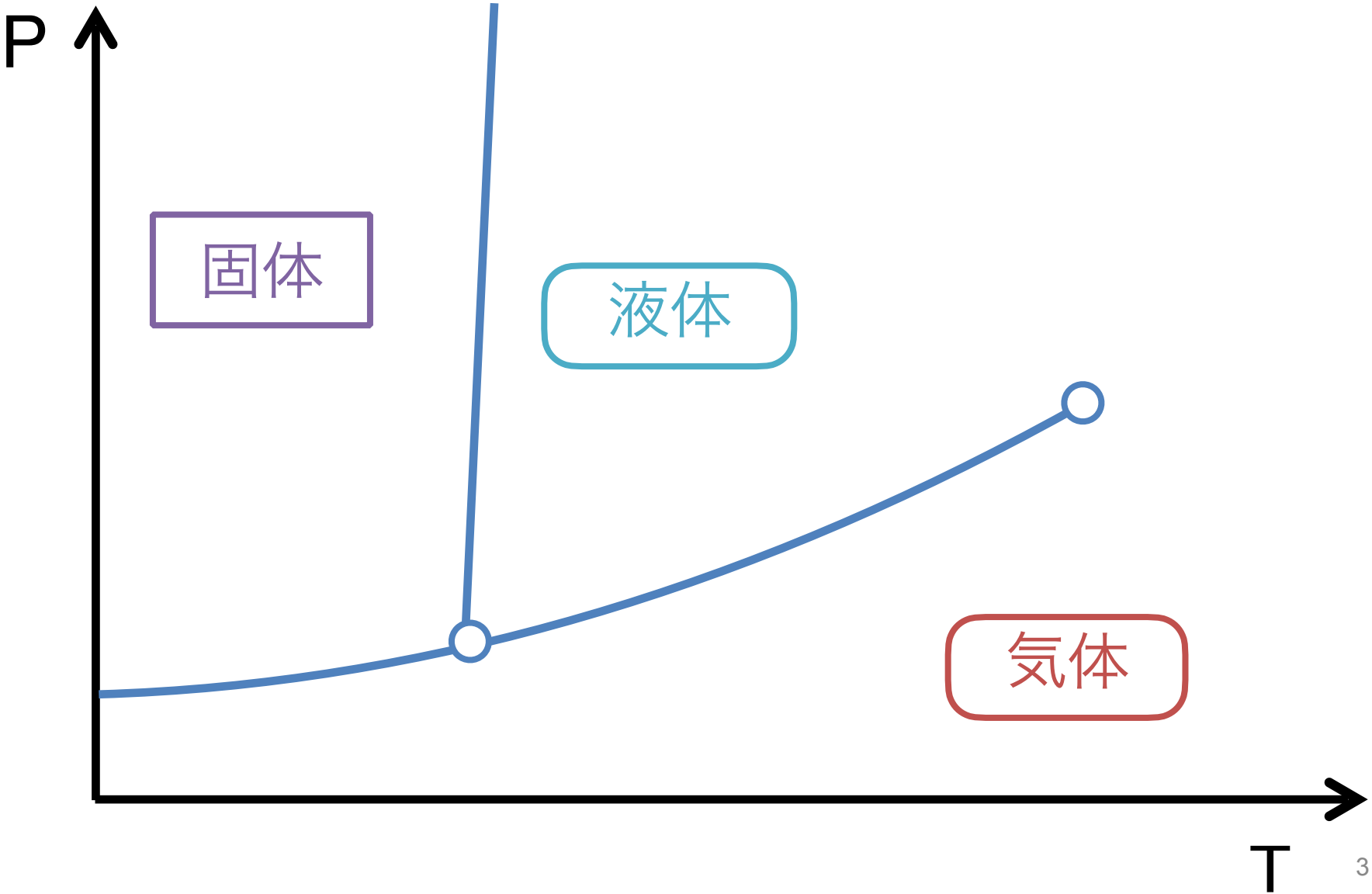
apctp

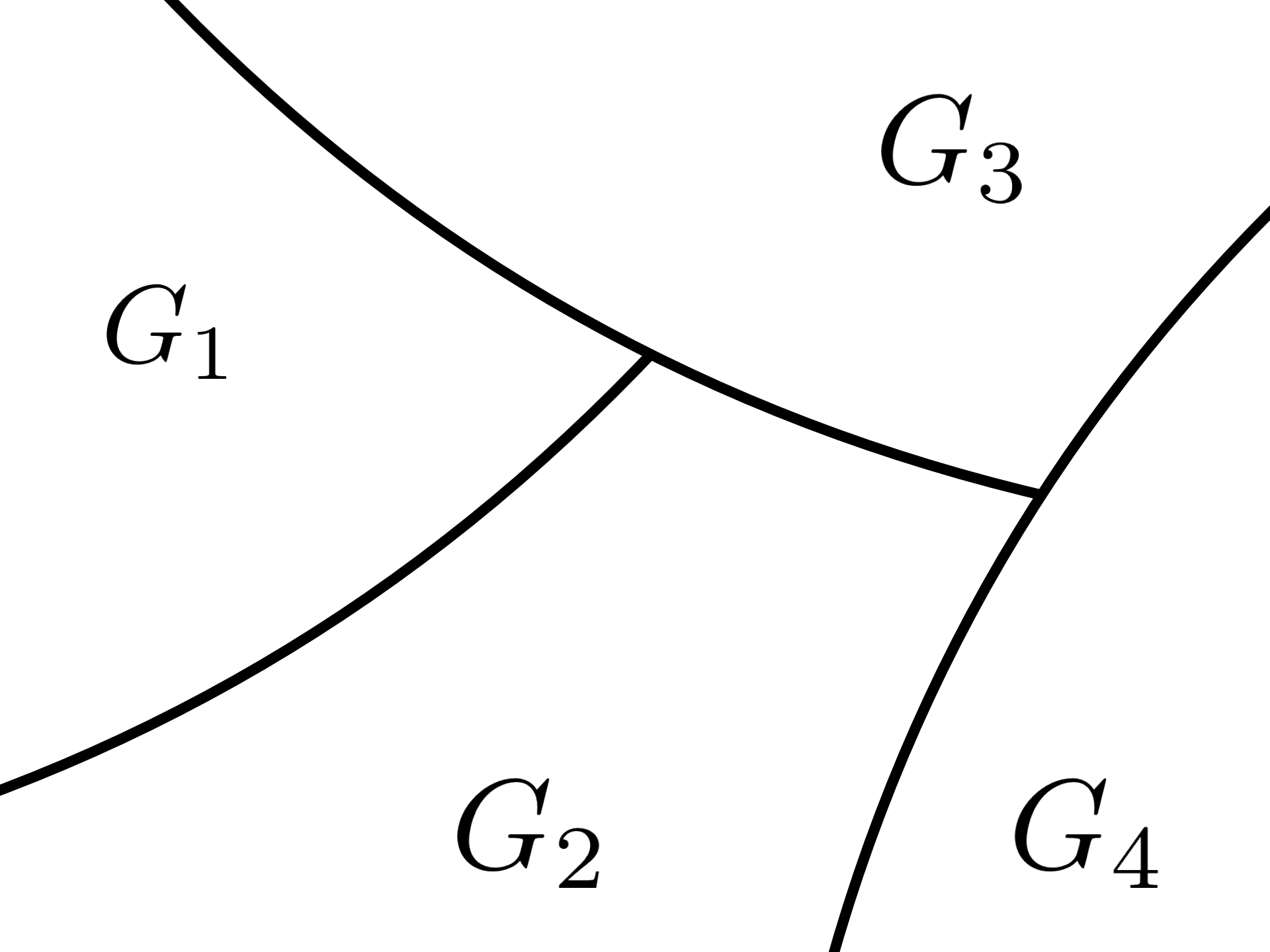


物質相の分類

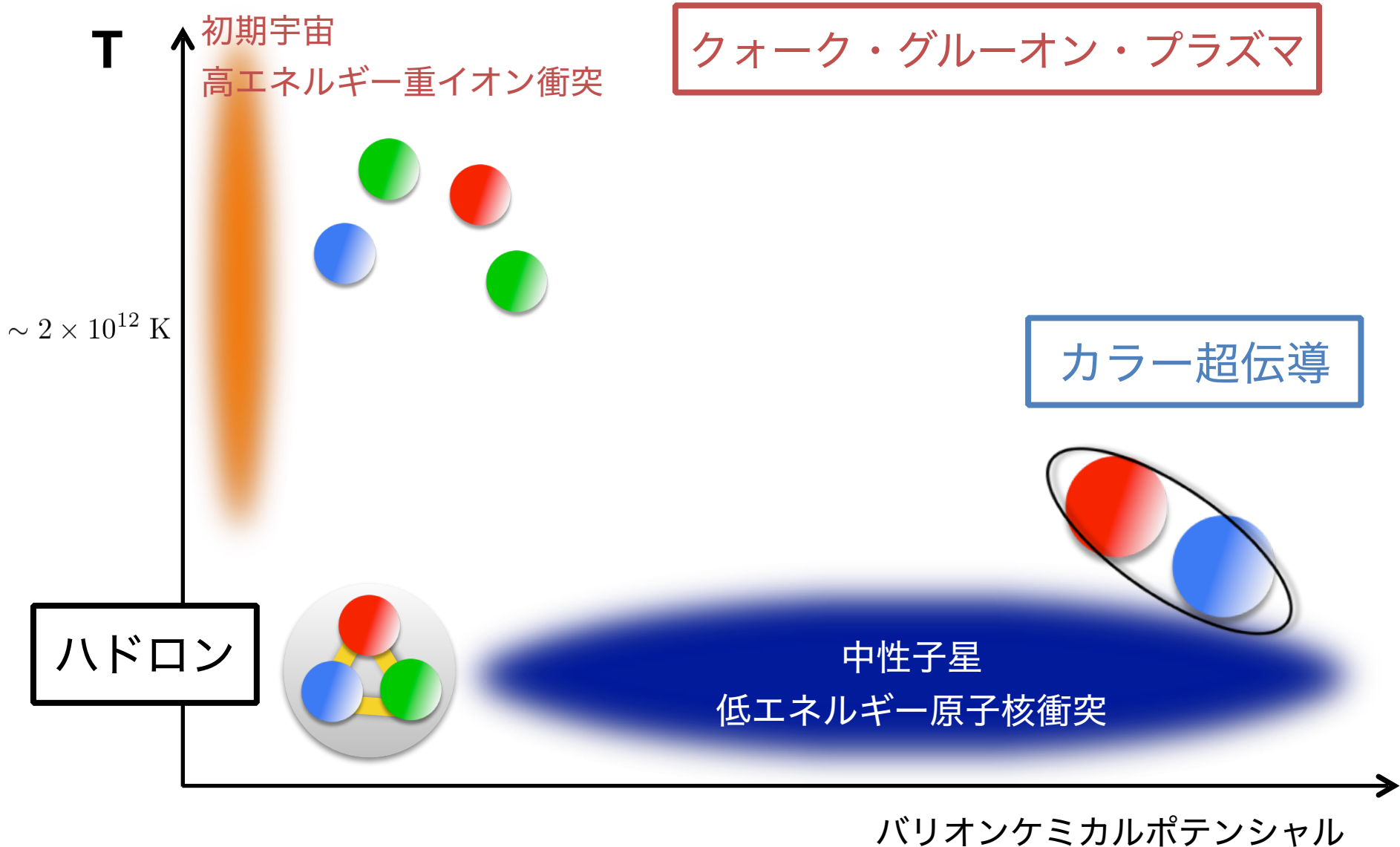
- ギンツブルグ・ランダウ理論
 - 対称性の破れのパターンによる分類
- Ex) 水
 - 液相、気相: 連続的な並進対称性
 - 固体: 離散的な並進対称性

水の相図



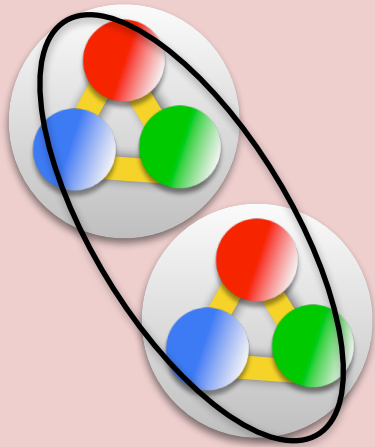


QCD相図

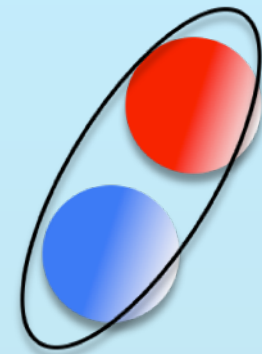


“クォーク・ハドロン連続性”

[Schafer, Wilczek, PRL '99]



核子超流動



カラー超伝導

“CFL相”

カラー超伝導

- SU(3) ゲージ理論
 - light quarks: up, down, strange
- 秩序変数: diquark 凝縮

$$\alpha = r, g, b$$

$$i = u, d, s$$

$$C \equiv i\gamma_2\gamma_0$$

$$\Phi_{\alpha i} = \epsilon_{\alpha\beta\gamma}\epsilon_{ijk}\langle q_{\beta j}^T C\gamma_5 q_{\gamma k} \rangle$$

color flavor

- カラー・フレーバー・ $U(1)_B$ 変換の下で、

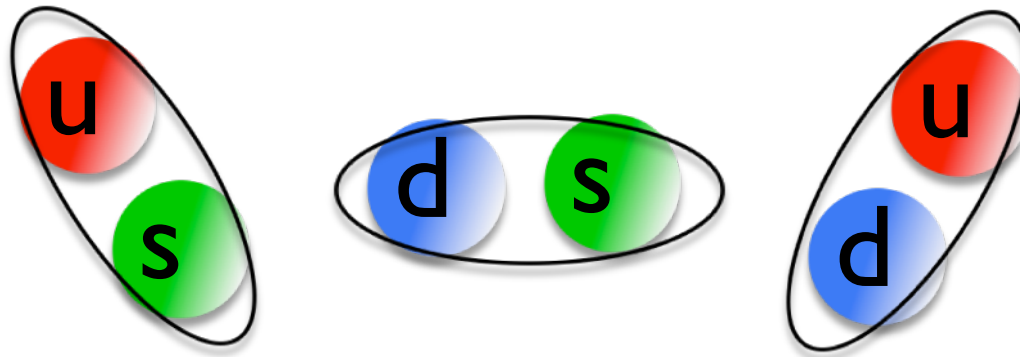
$$\Phi \rightarrow e^{i\theta_B} U_c \Phi U_f^T$$

$$e^{i\theta_B} \in U(1)_B \quad U_c \in SU(3)_c \quad U_f \in SU(3)_f \quad 7$$

Color-Flavor-Locked (CFL)相

$$\Phi_{\alpha i} = \Delta \delta_{\alpha i}$$

- 高密度では最も安定なpairing pattern



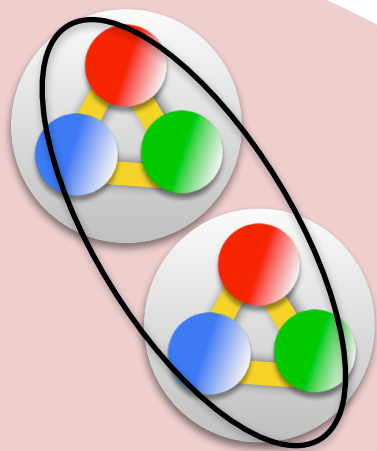
- 全てのグルーオンは質量を獲得: カラー超伝導
- $U(1)_B$ 対称性の自発的破れ: 超流動

“クォーク・ハドロン連続性”

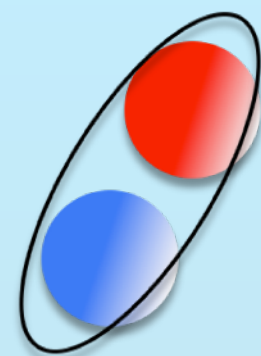
[Schafer, Wilczek '99]

- 対称性の破れのパターン

$$SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_B \rightarrow SU(3)_{L+R}$$



核子超流動



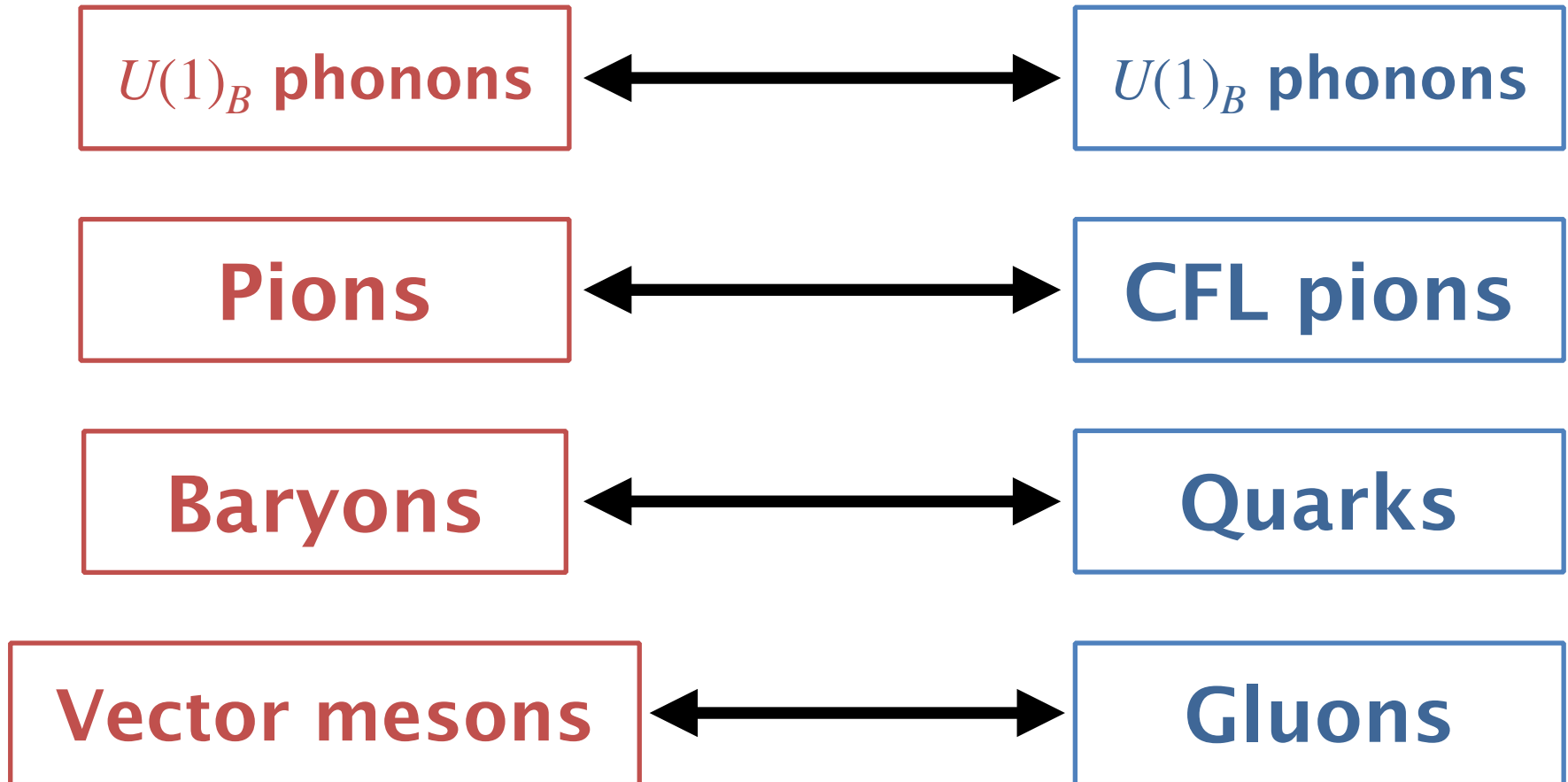
CFL 相

“クォーク・ハドロン連続性”

[Fukushima, Hatsuda '10]

[Yamamoto, Tachibana, Hatsuda, Baym '07]

.....

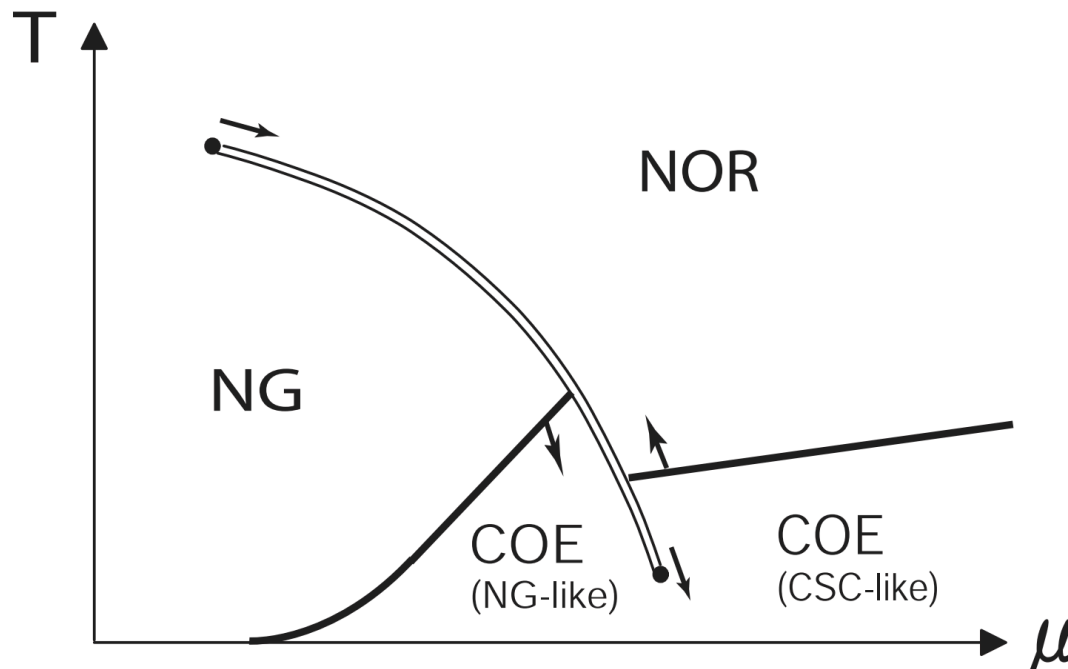


“クォーク・ハドロン連続性”

Ginzburg-Landau理論による解析

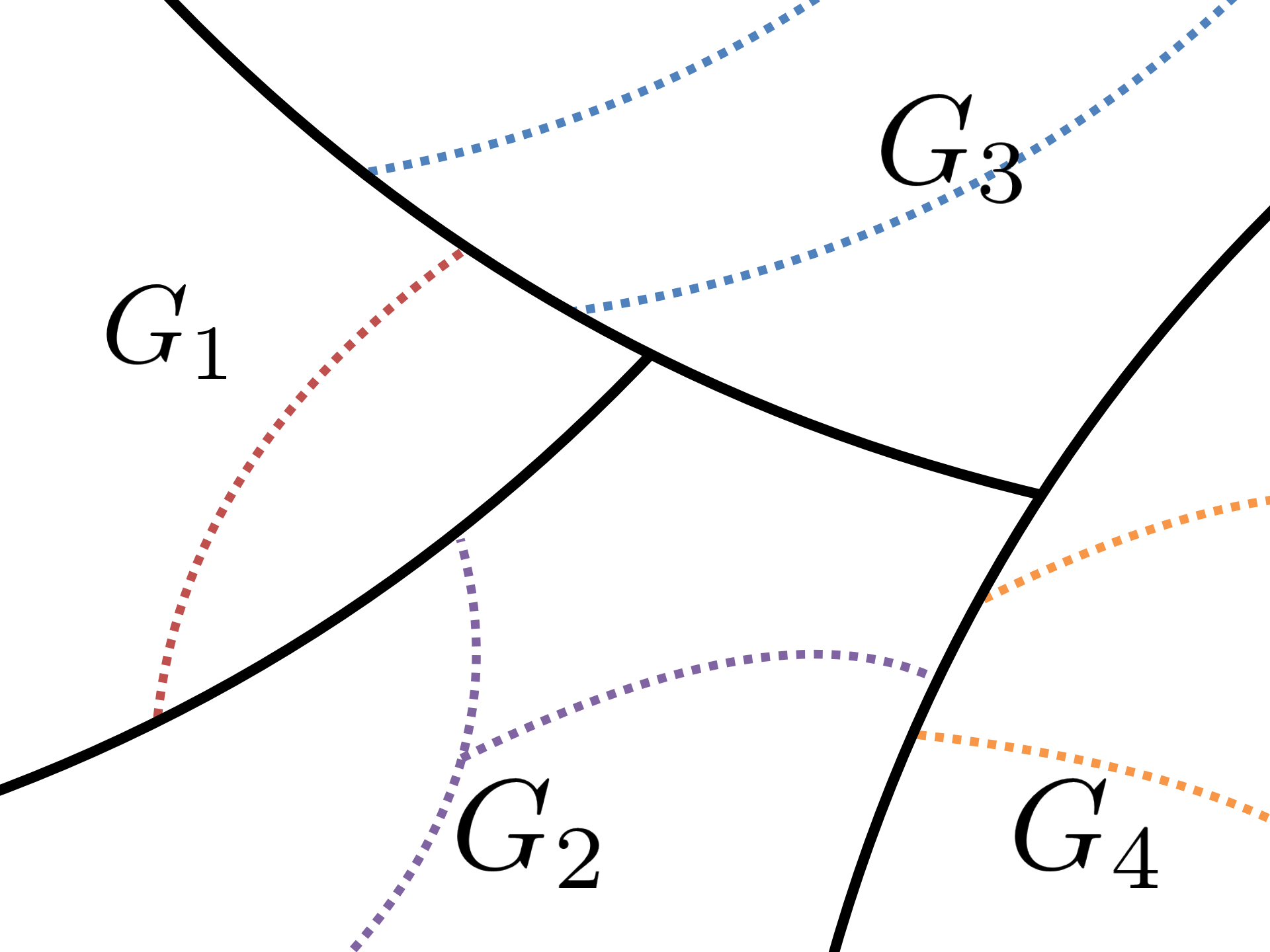
[Hatsuda-Tachibana-Yamamoto-Baym, PRL '06]

軸性量子異常に由来する項の効果で critical point が生じる



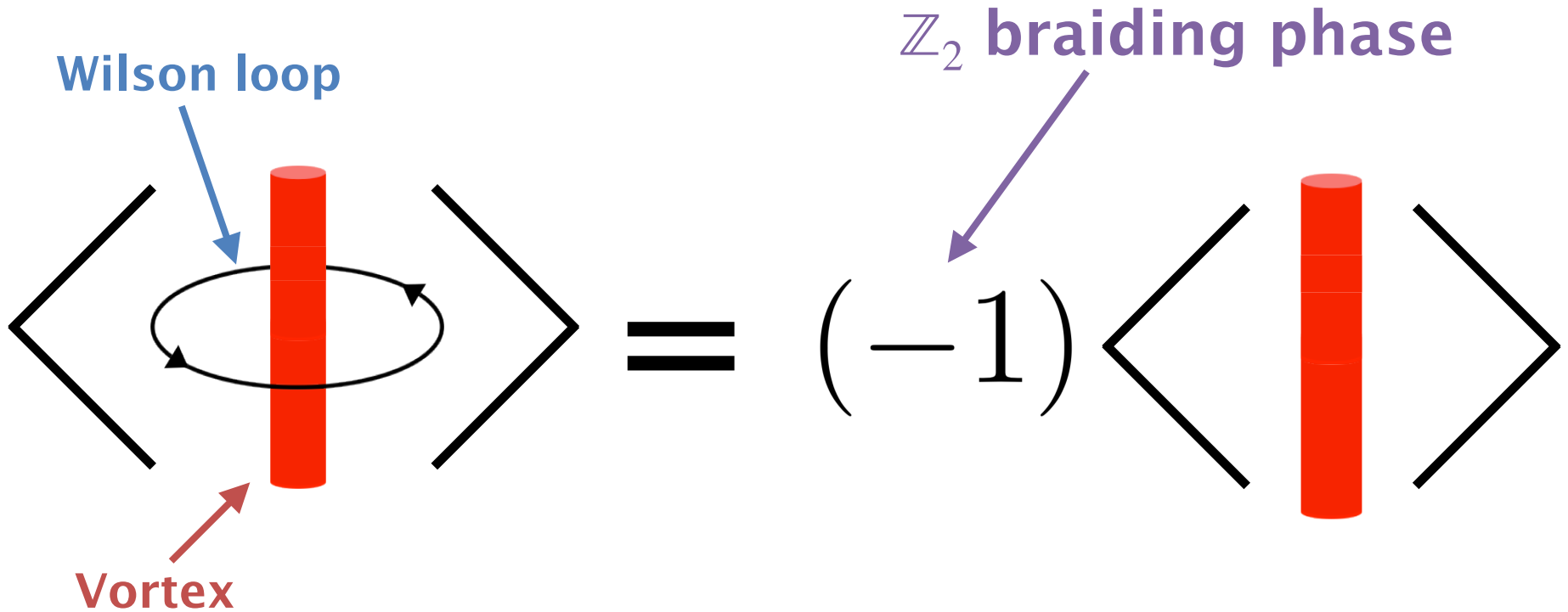
“対称性”だけでは分類できない相

- 分数量子ホール効果
 - 対称性の変化を伴わないが、異なる相がある
- 「トポロジカル秩序」 [X. G. Wen '89]
- トポロジカル秩序のある相
 - 分数統計・非可換統計 (anyons)
 - 空間のトポロジーに依存した基底状態の縮退
 - 低エネルギー理論: topological QFT



s波超伝導

- トポロジカル秩序を持つ
- 粒子と量子渦を交換したときに分数量子化された位相



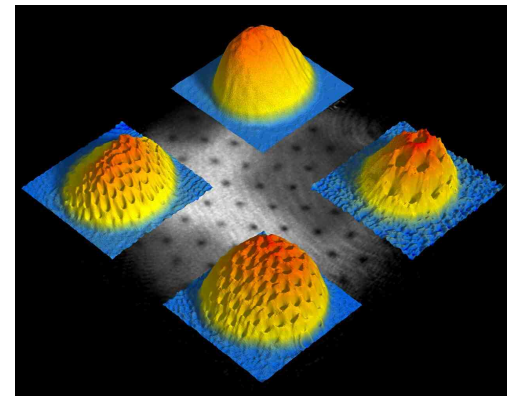
CFL相の渦

[Balachandran, Digal, Matsuura '06]



$$\Phi \sim \text{diag} [e^{i\theta}, 1, 1]$$

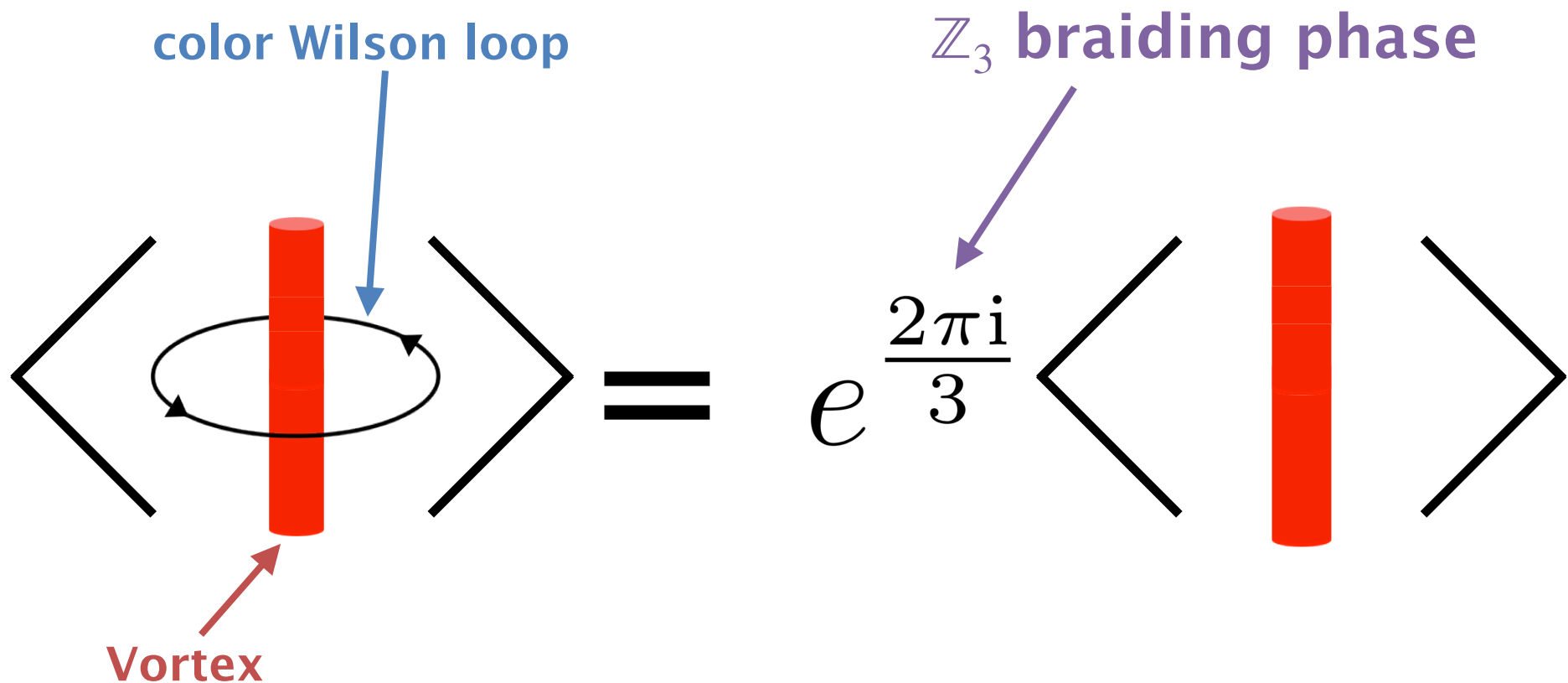
- 量子化(1/3)された循環
- カラーの磁束
- 回転する中性子星のコアで存在？



[http://cua.mit.edu/ketterle_group/Nice_pics.htm]

渦と色荷を持つ粒子の分数統計 in CFL相

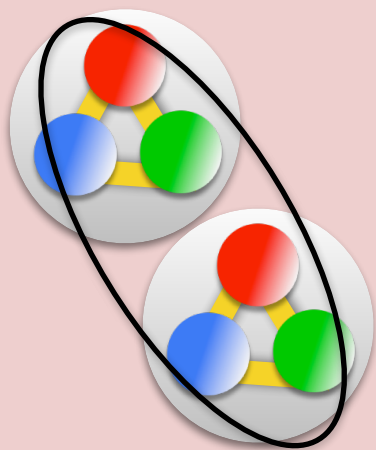
[Cherman, Sen, Yaffe PRD'19]



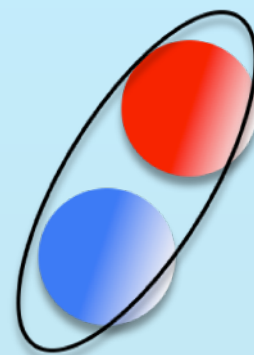
渦と色荷を持つ粒子の分数統計 in CFL相

[Cherman, Sen, Yaffe PRD'19]

\mathbb{Z}_3 braiding phase



核子超流動



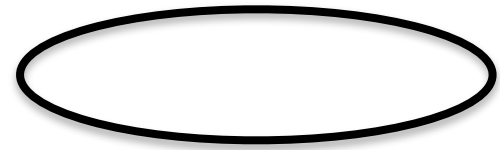
カラー超伝導
“CFL相”

トポロジカル秩序の特徴付け

- 高次対称性 (higher-form symmetry) [Gaiotto, Kapustin, Seiberg, Willett '15]
 - 対称性で変換するオブジェクトが高次元
 - “ p -form 対称性”

•

$$\psi(x)$$



$$W(C) = e^{i \int_C a}$$

- (離散的) 高次対称性の SSB
→ トポロジカル秩序
- s-wave SC: \mathbb{Z}_2 one-form 対称性の SSB

s波超伝導体の低エネルギー理論

$$S_{\text{BF}} = \frac{ik}{2\pi} \int b \wedge da$$

2+1次元を考える

低エネルギー極限(massive励起を落とす)で、
有効理論はBF 理論 (at level 2)

$$k = 2 \quad a = a_\mu dx^\mu \quad b = b_\mu dx^\mu$$

$$\int b \wedge da = \int d^3x \epsilon^{\mu\nu\rho} b_\mu \partial_\nu a_\rho$$

s波超伝導体の低エネルギー理論

- Abelian Higgs model

$$S = \frac{1}{2g^2} |d\phi + ka|^2 - \frac{1}{2} |da|^2$$



$$\frac{g^2}{8\pi^2} \int h \wedge *h - \frac{i}{2\pi} \int h \wedge (d\phi + ka)$$

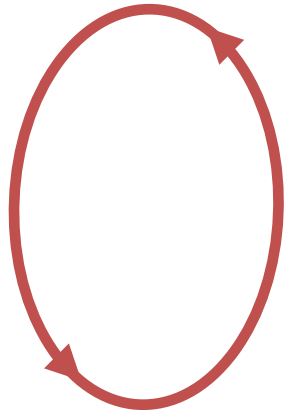
- EOM for ϕ : $dh = 0 \rightarrow h = db$

$$S = \frac{g^2}{8\pi^2} |db|^2 + \frac{ik}{2\pi} \int b \wedge da$$

物理的観測量

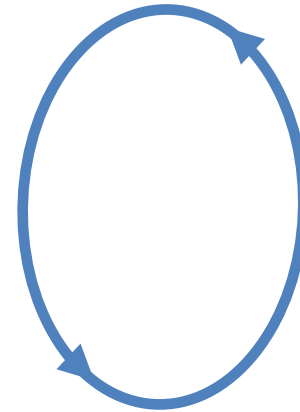
Wilson loop

$$W(C) = \exp i \int_C a$$



Vortex operator

$$V(C) = \exp i \int_C b$$



粒子・反粒子/渦・反渦の
対生成・対消滅プロセスに対応

2つの \mathbb{Z}_k 1-form 対称性

$$W(C) \mapsto e^{\frac{2\pi i}{k}} W(C) \quad V(C) \mapsto e^{\frac{2\pi i}{k}} V(C)$$

- 両方とも自発的に破れている

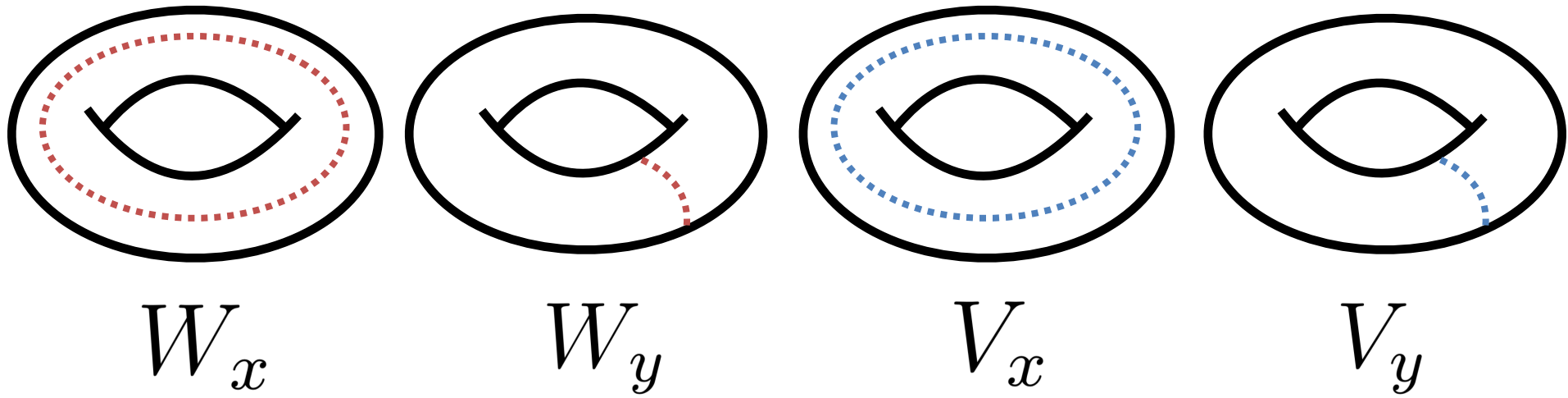
$$\langle W(C) \rangle = \langle V(C) \rangle = 1$$

分数統計性

$$\langle \left(\begin{array}{c} \text{blue loop } V(C) \\ \text{red loop } W(C) \end{array} \right) \rangle = e^{\frac{2\pi i}{k}} \langle \text{red loop } W(C) \rangle \langle \text{blue loop } V(C) \rangle$$

基底状態の縮退

- 二次元トーラス



- 以下の関係を満たす:

$$W_x V_y + V_y W_x = 0 \quad W_y V_x + V_x W_y = 0$$

$$[V_i, H] = [W_i, H] = 0$$

基底状態の縮退

- 基底状態 $|\Omega\rangle$

- W_x の固有状態として取る:

$$W_x |\Omega\rangle = e^{i\varphi} |\Omega\rangle$$

- 以下の状態を考える:

$$|\Omega'\rangle = V_y |\Omega\rangle$$

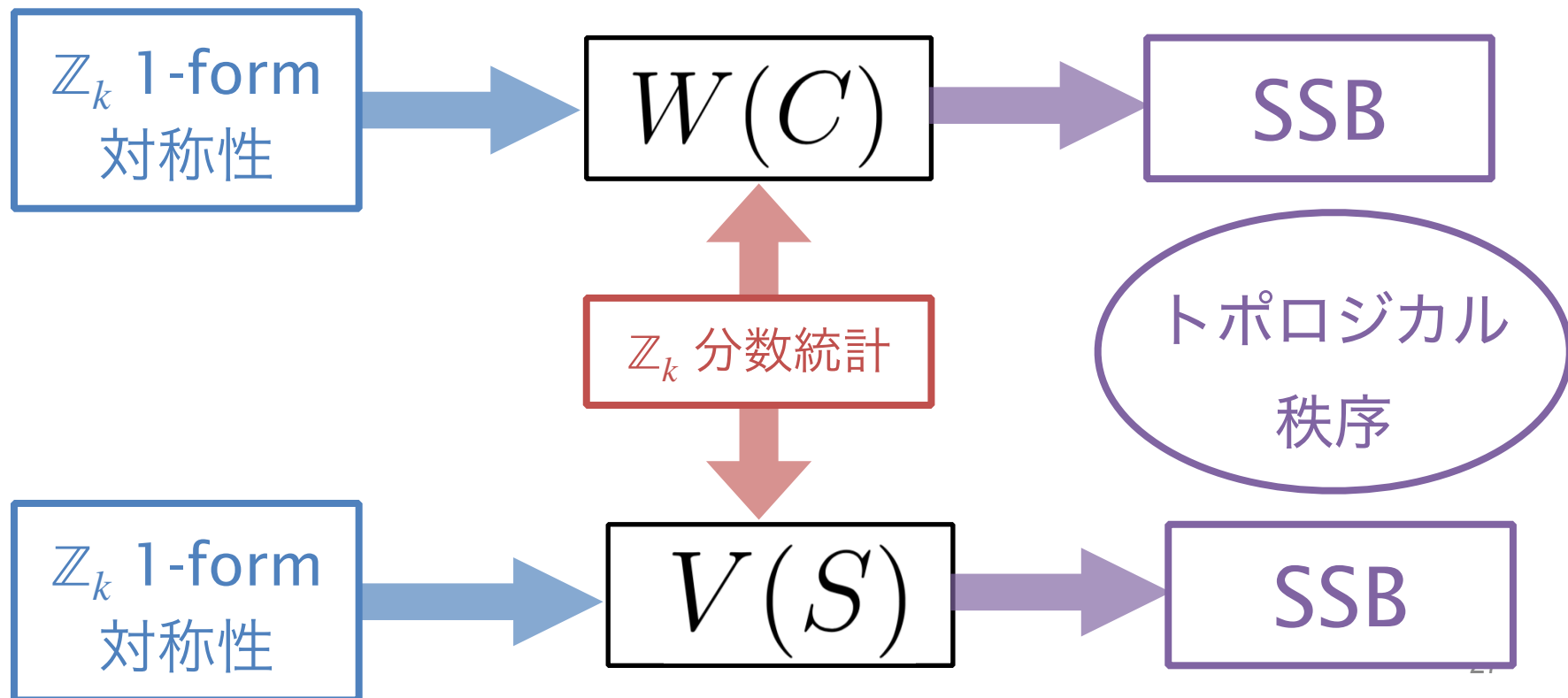
基底状態の縮退

- $|\Omega'\rangle$ は $|\Omega\rangle$ とは異なる状態

$$\begin{aligned}\langle \Omega | \Omega' \rangle &= \langle \Omega | V_y | \Omega \rangle \\ &= \langle \Omega | e^{-i\varphi} V_y e^{i\varphi} | \Omega \rangle \\ &= \langle \Omega | W_x^{-1} V_y W_x | \Omega \rangle \\ &= -\langle \Omega | V_y | \Omega \rangle \\ &= -\langle \Omega | \Omega' \rangle\end{aligned}$$

s波超伝導体のトポロジカル秩序

$$S_{\text{BF}} = \frac{ik}{2\pi} \int b \wedge da$$



CFL相の低エネルギー有効理論

- u, d, s の質量が同じ場合を考える
- CFL相で質量ゼロの自由度:

$U(1)_B$ phonons

: $U(1)_B$ のSSBに伴うNG boson

CFL相の低エネルギー有効理論

- GL Lagrangian

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2g_{\text{YM}}^2} |G|^2 + \frac{1}{2} |(d + ia_{SU(3)})\Phi|^2 + V_{\text{eff}}(\Phi^\dagger\Phi, \det(\Phi))$$

- スカラー場の振幅モード・ゲージ場のkinetic termを落とす

- ゲージを fix して $\Phi = \Delta_0 \begin{pmatrix} e^{i\phi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\phi_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\phi_3} \end{pmatrix}$

➔ $\mathcal{L} = \frac{1}{2g_0^2} \left(|d\phi_1 + a_1|^2 + |d\phi_2 - a_1 + a_2|^2 + |d\phi_3 - a_2|^2 \right)$

- dualな自由度へ: $\phi_i \mapsto b_i = \frac{1}{2}(b_i)_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu \quad i = 1,2,3$

CFL相の低エネルギー有効理論

$$S = S_{\text{phonon}}[b_i] + \frac{i}{2\pi} K_{iA} \int b_i \wedge da_A$$

$$i = 1, 2, 3$$

Phonon運動項

BF term

$$A = 1, 2$$

$$b_0 := b_1 + b_2 + b_3 \quad \text{として、} \quad S_{\text{phonon}}[b_i] = \frac{1}{2c} \int b_0 \wedge \star b_0$$

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

• 非正方行列

• $\dim(\text{coker } K) = (\# \text{ of massless phonons})$

CFL相の低エネルギー有効理論

$$S = S_{\text{phonon}}[b_i] + \frac{i}{2\pi} K_{iA} \int b_i \wedge da_A$$

- 物理的観測量

$$W_{\mathbf{q}}(C) = \exp i q_A \int_C a_A \quad \text{color Wilson loops}$$

$$V_{\mathbf{p}}(S) = \exp i p_i \int_S b_i \quad \text{vortex operators}$$

S : worldsheet of a vortex

$$U(1)_B \quad \text{NG mode}$$

CFL相の低エネルギー有効理論

- \mathbb{Z}_3 2-form 対称性

$$V_{\mathbf{p}}(S) \mapsto e^{\frac{2\pi i}{3}} V_{\mathbf{p}}(S)$$

- Wilson loop の位相を回す対称性はない

CFL相の低エネルギー有効理論

- \mathbb{Z}_3 2-form対称性の作用: 粒子と渦の統計性

$$\langle W_{\mathbf{q}}(C) V_{\mathbf{p}}(S) \rangle = e^{2\pi i q_A K_{Ai}^+ p_i \text{link}(C,S)} \langle V_{\mathbf{p}}(S) \rangle$$

K_{Ai}^+ : Moore-Penrose inverse of K_{iA}

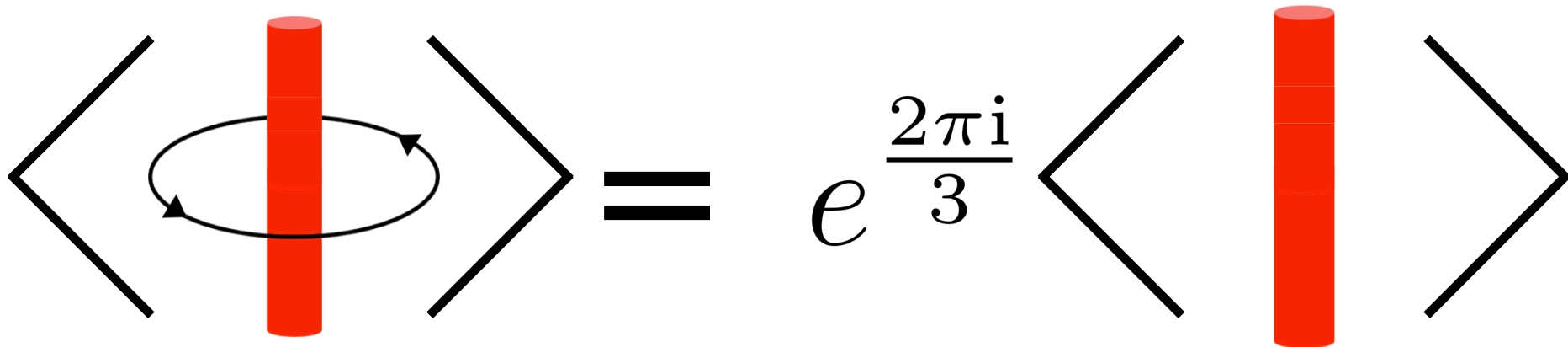
$$K = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \longrightarrow K^+ = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

CFL相の低エネルギー有効理論

- \mathbb{Z}_3 2-form対称性の作用: 粒子と渦の統計性

$$\langle W_{\mathbf{q}}(C) V_{\mathbf{p}}(S) \rangle = e^{2\pi i q_A K_{Ai}^+ p_i \text{link}(C,S)} \langle V_{\mathbf{p}}(S) \rangle$$

K_{Ai}^+ : Moore-Penrose inverse of K_{iA}



CFL相の低エネルギー有効理論

- \mathbb{Z}_3 2-form 対称性は自発的に破れていない

$$\langle V(S) \rangle \rightarrow 0$$

large S

- vortex/anti-vortexの閉じ込めに相当
- \mathbb{Z}_3 2-form 対称性 $\subset U(1)$ 2-form 対称性
- 連続的な 2-form 対称性は4Dでは破れない
(Coleman-Mermin-Wagner theorem)
 - ($D - p \leq 2$ だと対称性は破れない)

結論

- CFL相の分数統計: 創発的な \mathbb{Z}_3 2-form 対称性の帰結
- この対称性は自発的に破れていない
- CFL相はトポロジカル秩序を持たない
- 高次対称性も含めて、核子超流動相とCFL相は同じ対称性を持つ
→クォーク・ハドロン連続性は consistent