

# Discrete Gauge Symmetry and Aharonov-Bohm Radiation in String Theory

Yutaka Ookouchi  
(Kyushu University)

1310.4026 [hep-th], To appear in JHEP

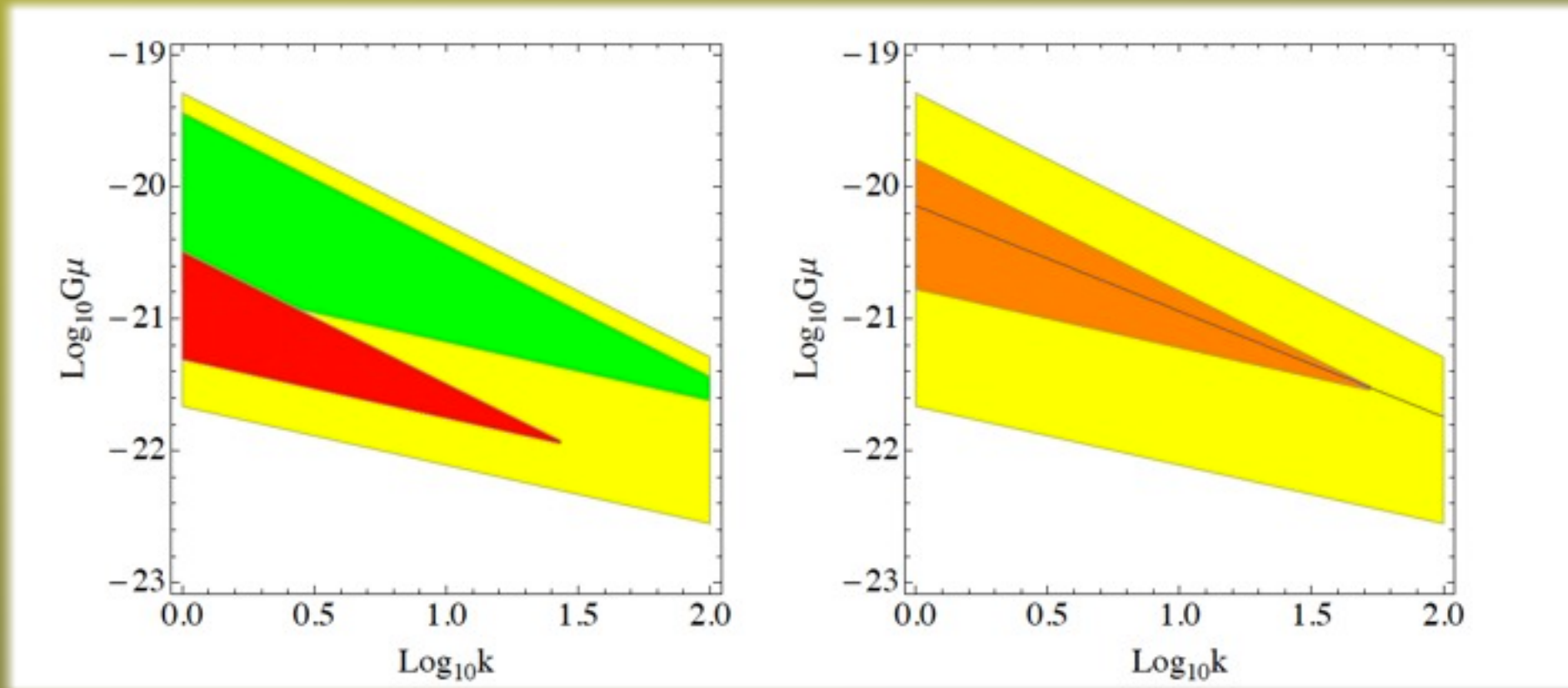
どこに面白みがあるのか？

いくつかの独立な研究がうまくハマッって  
弦理論のモデルビルディングに新しい制限を与える

- 1) Discrete Symmetry
- 2) Aharonov-Bohm effect
- 3) Intersecting D-brane model
- 4) Cosmological observation, BBN, Gamma-ray

# 結果

$Z_k$  discrete gauge symmetry



$$\mu \equiv T_{D4} V_3 = \frac{V_3}{(2\pi)^4 g_s l_s^5}.$$

tension  $10^6 \sim 10^{11}$  [GeV] excluded

この条件をどう出すか？

## 大体の流れ

- 1) Discrete Symmetry in string theory
- 2) Aharonov-Bohm strings/particles
- 3) Aharonov-Bohm radiation
- 4) Cosmic string network
- 5) Cosmological observation, BBN, gamma-ray

## $Z_p$ gauge symmetry is ubiquitous in string pheno

1) Banks, Seibergによると

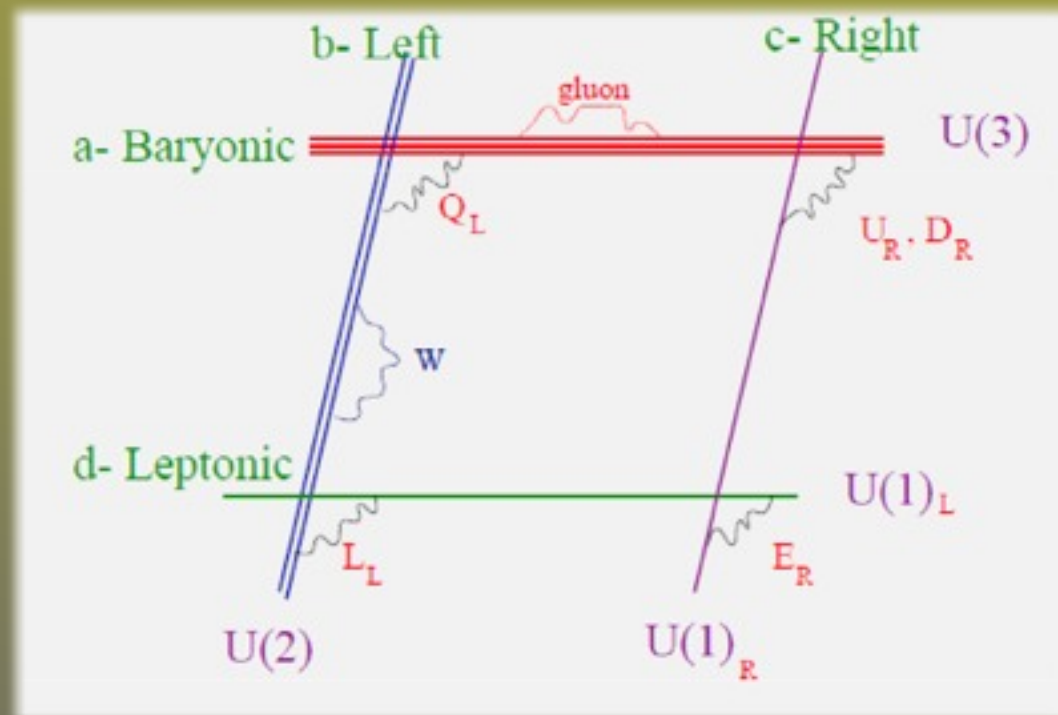
弦理論ではグローバル対称性は許されない、離散対称性さえも許されない (証明ではない)

2) 離散対称性を用いたモデルをストリングで実現するとゲージ対称性になる (もしexplicitに壊れなければ)

3) SM-like theoriesを弦理論で実現しようとするすると余分な  $U(1)$  がついてくる。それらは (例えば) アノマラスで massive になる

# Intersecting D-brane model

D6-braneを3-cycleにうまくラップしてSM-like理論を構築できる



- Some of these extra U(1) gauge symmetries acquire masses via the Stückelberg mechanism

$$\mathcal{L}_{\text{Stk}} = \frac{1}{2}(d\rho + qA)^2 \quad (d\rho = *_4 dC_2)$$

# $\mathbb{Z}_p$ Discrete Gauge Symmetry

$\mathbb{Z}_p$  ゲージ理論のUniversal Lagrangian

$$p \int_{4D} B_2 \wedge F_2 \quad F_2 = dA$$

ゲージ変換はデュアルな場で見るとノンリニアー

$$\begin{aligned} A &\rightarrow A + d\lambda, & \phi &\rightarrow \phi + p\lambda, \\ B_2 &\rightarrow B_2 + d\Lambda, & V &\rightarrow V + p\Lambda, \end{aligned}$$

## Example

Abelian-Higgs with charge  $p$  particle

$$\mathcal{L} = |(\partial - ipA)\Phi|^2 - V(|\Phi|) + \frac{1}{2e^2} F \wedge *F \quad .$$

低エネルギーではHiggsingにより

$$\langle |\Phi|^2 \rangle = t^2 \neq 0.$$

$$\Phi = t \exp(i\phi)$$

$$t^2 (d\phi - pA) \wedge *(d\phi - pA) + \mathcal{L}(A),$$

## デュアルな記述

3-form  $H_3$  を導入

$$\frac{1}{2e^2} dA \wedge *dA + (d\phi - pA) \wedge H_3 + \frac{1}{2t^2} H_3 \wedge *H_3$$

$H_3$  の eom でもとに戻る。  $\phi$  の eom から

$$dH_3 = 0 \rightarrow H_3 = dB_2$$

$$\frac{1}{2e^2} dA \wedge *dA + (\cancel{d\phi} - pA) \wedge dB_2 + \frac{1}{2t^2} dB_2 \wedge *dB_2$$

## $Z_p$ particle (AB particle)

$$p \int_{4D} B_2 \wedge F_2 \quad F_2 = dA$$

ゲージ場とエレクトリックにカップする粒子

operatorとして書けば

$$e^{-i \int_{\Sigma_1} A} \quad \Sigma_1 \text{ world-line}$$

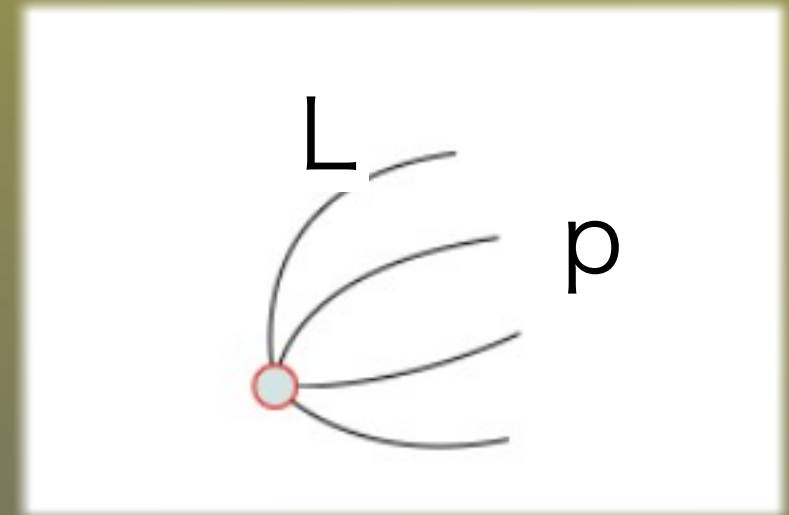
# Instanton Operator

時空の点Pで次のオペレーターを考える

$$e^{-i\phi} \quad A \rightarrow A + d\lambda, \quad \phi \rightarrow \phi + p\lambda,$$

ゲージ不変にするには、

$$e^{-i\phi} e^{ip \int_L A}$$



L: 点Pからのびるworld-line

$Z_p$ の性質はこのオペレーターによる

## $Z_p$ string (AB string)

$$p \int_{4D} B_2 \wedge F_2 \quad F_2 = dA$$

$B_2$ とエレクトリックにカップするもの

operatorとして書けば

$$e^{-i \int_{\Sigma_2} B_2} \quad \Sigma_2 \text{ world-sheet}$$

# Junction Operator

( Baryon Vertex みたいな物 )

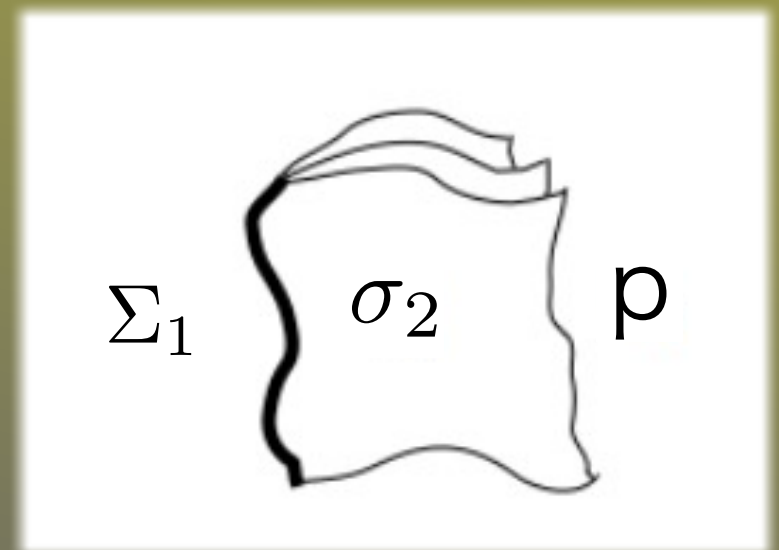
world-line  $\Sigma_1$  で次のオペレーターを考える

$$e^{i \int_{\Sigma_1} V} \quad B_2 \rightarrow B_2 + d\Lambda, \quad V \rightarrow V + p\Lambda,$$

ゲージ不変にするには、

$\sigma_2$  world-sheet

$$e^{i \int_{\Sigma_1} V} e^{-ip \int_{\sigma_2} B_2}$$

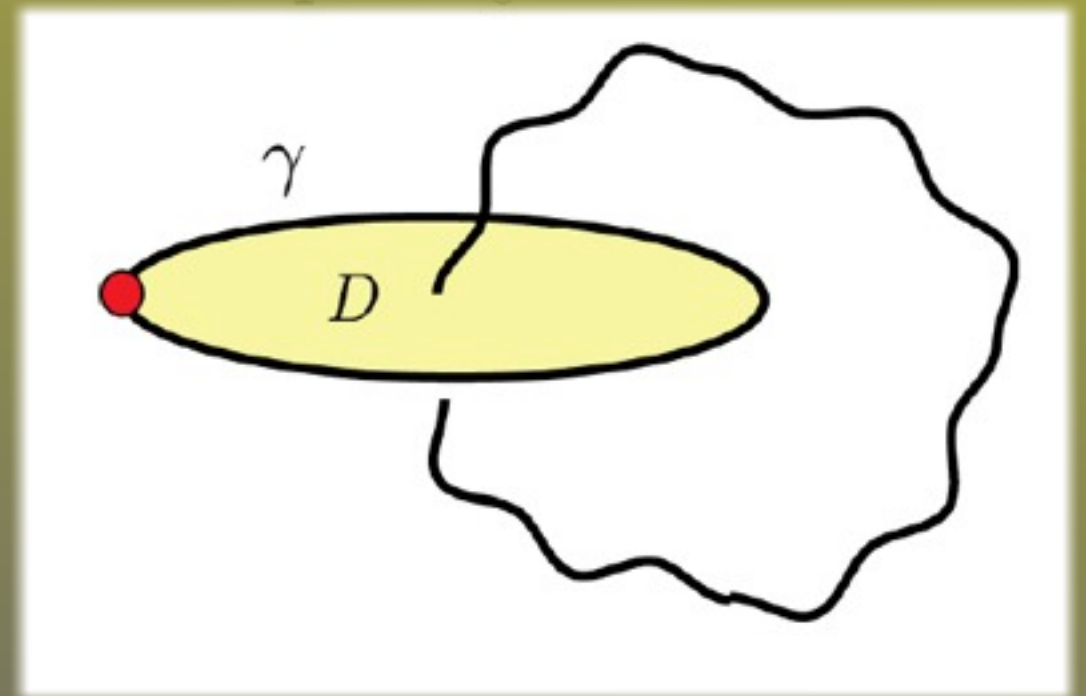


$$\partial\sigma_2 = \Sigma_1$$

## Aharonov-Bohm effect

AB stringを  $\Sigma_2$  にそって置き、その周りにAB particleをまわす

$$p \int_{4D} B_2 \wedge dA + \int_{\Sigma_2} B_2$$



$$\text{hol}(\gamma) \equiv \exp \left( \int_{\gamma} A \right) = \exp \left( \int_D F \right) = \exp \left( \frac{2\pi i}{p} \right) \equiv \exp(i\Phi),$$

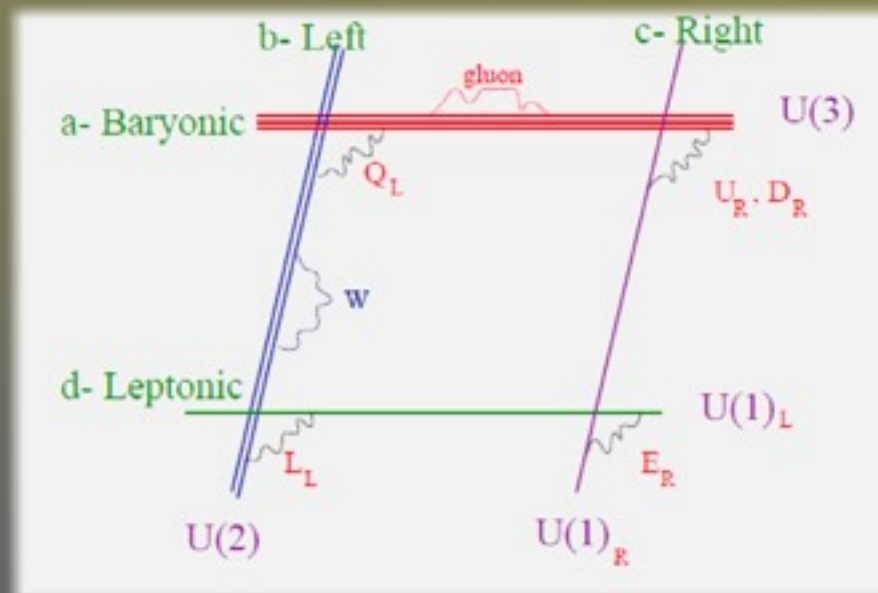
# $Z_p$ in String Theory

Toroidal **orientifold** models in IIA string theory

最もシンプルなSM-like theoryの実現

D6ブレーンの組を4つ用意して独立のサイクルに巻き付ける

$$U(3) \times Sp(2) \times U(1)_c \times U(1)_d$$



## Chern-Simons terms

D6-braneのアクションにはChern-Simons項がある

$$S_{CS} = \frac{1}{2} \left( \int_{\Gamma_A} C_5 \wedge F_A - \int_{\Gamma_A^*} C_5 \wedge F_A \right),$$

例えば  $\Gamma_A = k\beta$        $\Gamma_A^*$  stands for the mirror image of  $A$ .

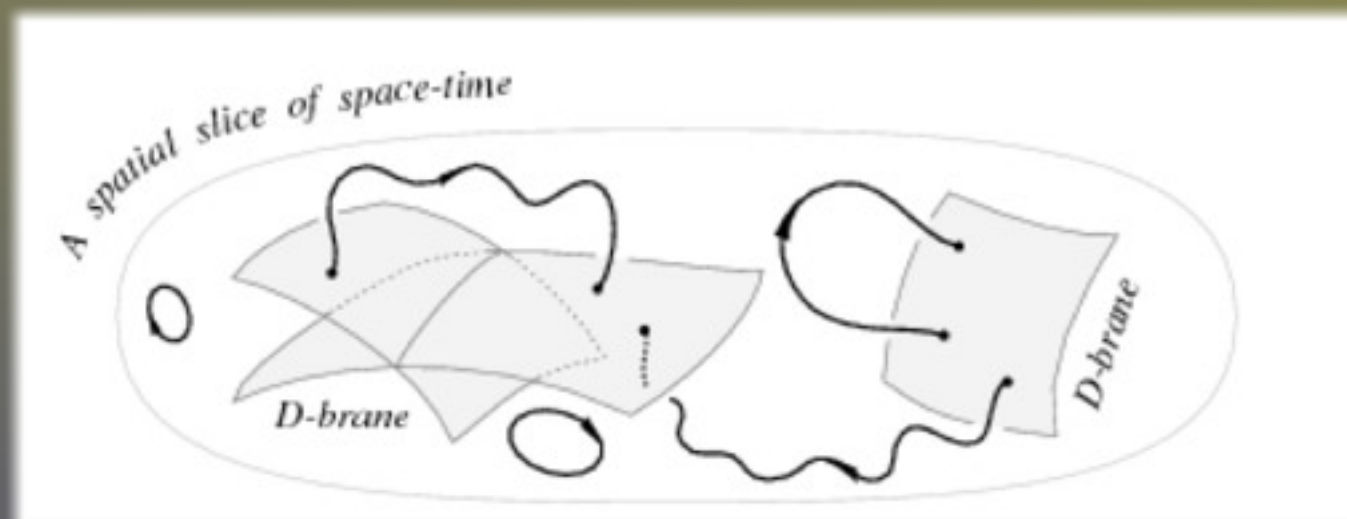
$$k \int_{4D} \tilde{C}_2 \wedge dA, \quad \text{where} \quad \tilde{C}_2 = \int_{\beta} C_5,$$

# Aharonov-Bohm particle

AB particleは弦理論でどう解釈されるか？

$$\mathcal{O}_{\text{AB particle}} \sim \exp \left( i \int_{\Sigma_1} A \right).$$

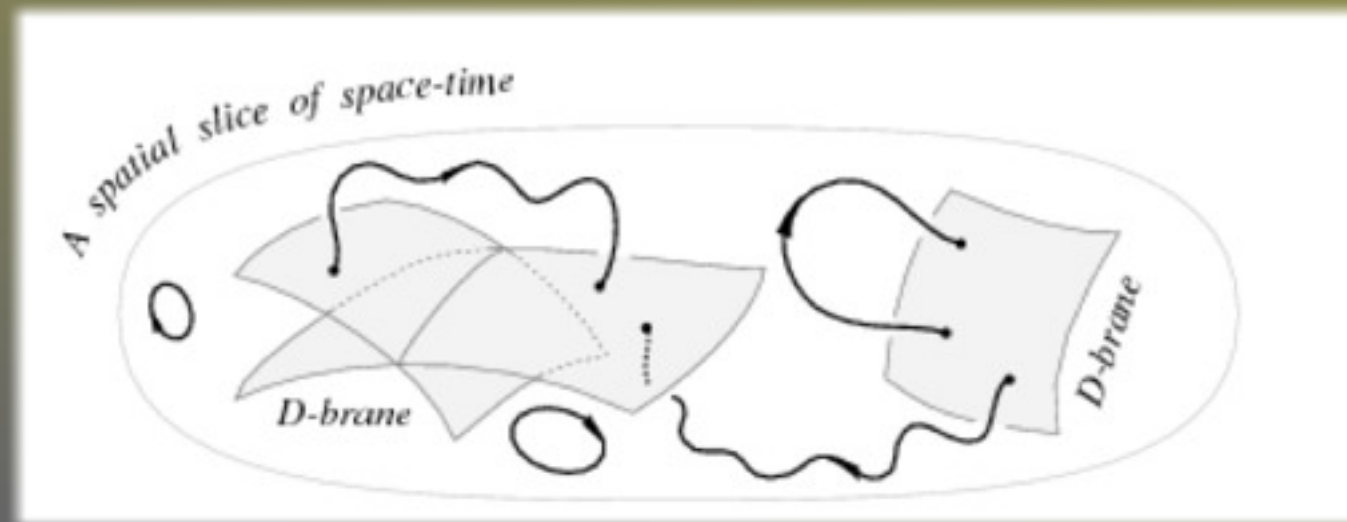
D6-braneのゲージ場とエレクトリックにカップルするもの  
F1 stringがD6にエンド = electric chargeをもつ粒子



## うまくハマっている事その1

Intersecting brane modelではAB particleはSMの粒子 (leptons, quarks)

それらは string scaleに比べて非常に軽い



## Aharonov-Bohm string

AB stringは弦理論でどう解釈されるか？

$$\mathcal{O}_{\text{AB string}} \sim \exp \left( i \int_{\Sigma_2} \tilde{C}_2 \right),$$

$$\tilde{C}_2 = \int_{\beta} C_5,$$

AB スtringは $C_5$ とエレクトリックにカップルするもの

D4-brane wrapping on beta = AB stringである

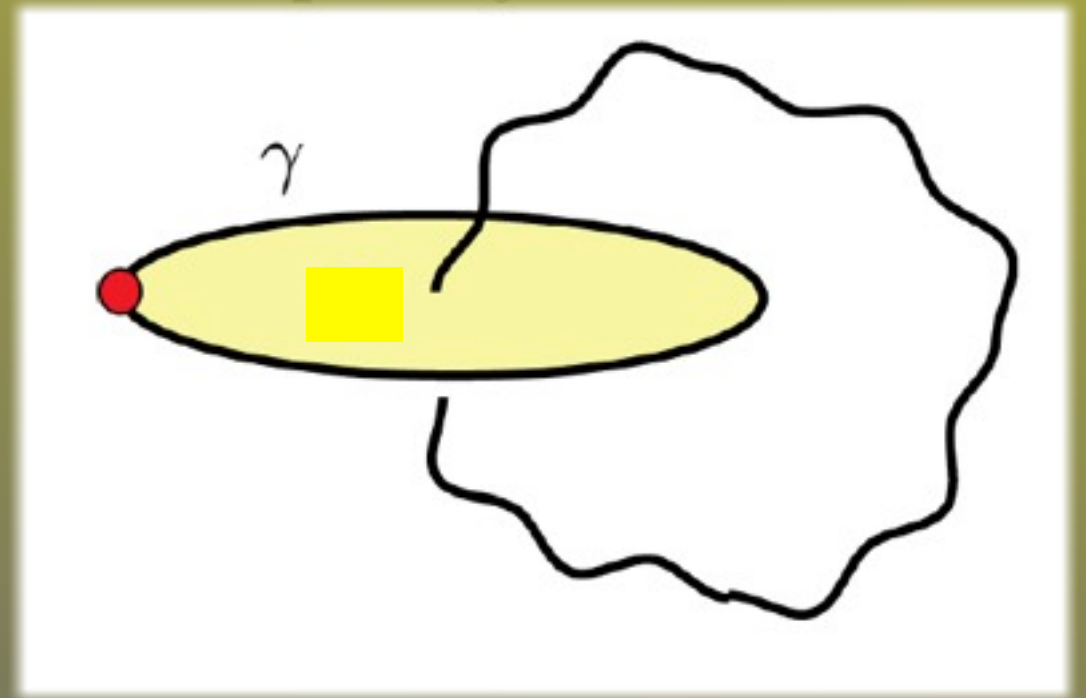
$$\mu \equiv T_{D4} V_3 = \frac{V_3}{(2\pi)^4 g_s l_s^5}.$$

string scaleとcpt化のスケールで決まる

# Aharonov-Bohm interaction

AB stringの周りをAB particleを一周まわす

$$k \int_{4D} \tilde{C}_2 \wedge dA + \int_{\Sigma_2} \tilde{C}_2,$$



$$\text{hol}(\gamma) \equiv \exp \left( \int_{\gamma} A \right) = \exp \left( \int_{\sigma} F \right) = \exp \left( \frac{2\pi i}{k} \right) \equiv \exp(i\Phi),$$

## Aharonov-Bohm interaction

$$\text{hol}(\gamma) \equiv \exp \left( \int_{\gamma} A \right) = \exp \left( \int_{\sigma} F \right) = \exp \left( \frac{2\pi i}{k} \right) \equiv \exp(i\Phi),$$

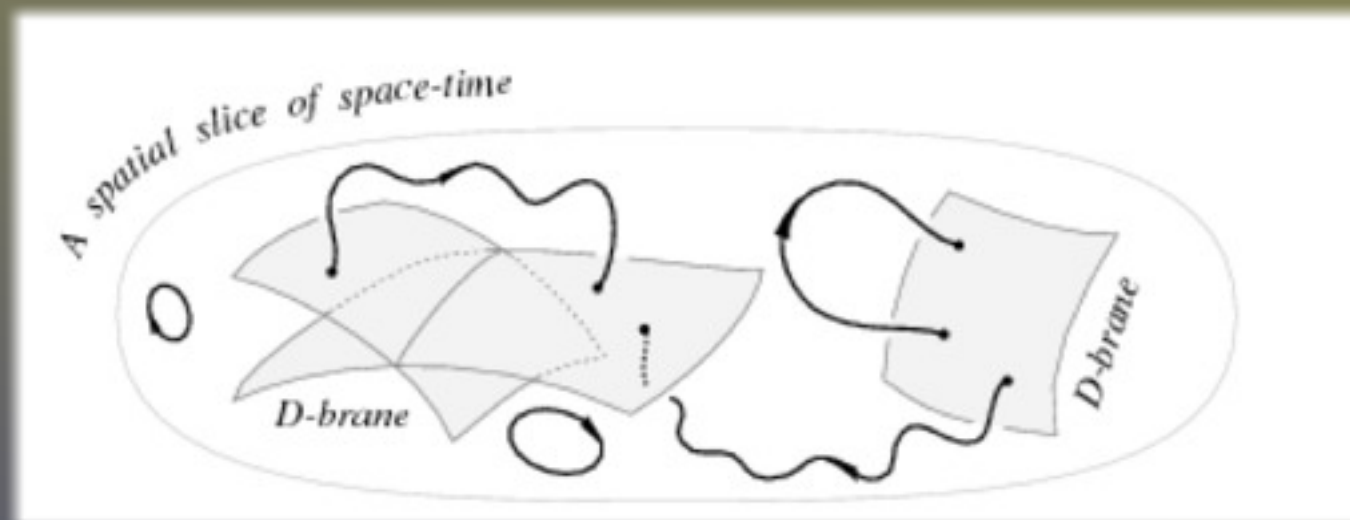
$$\int_{\Sigma_1} A = \int_{4D} A \wedge *_{4D} \mathcal{J}$$

$$\mathcal{J}_{\mu} = \sum_a \bar{\psi}_a \gamma_{\mu} \psi_a.$$

AB particleはSM particlesだったので、フェルミオンのカレント

# AB stringがどうできるか？ 一つのシナリオ

- 1) コンパクト化の瞬間を想像してみる
- 2) D6ブレーンはSMを構成するために存在している
- 3) 余分にD6があってもよいだろう
- 4) 向きが逆にラップするとAnti D6になる
- 5) D6/AntiD6の消滅で次元が低いD4,D2が生成される

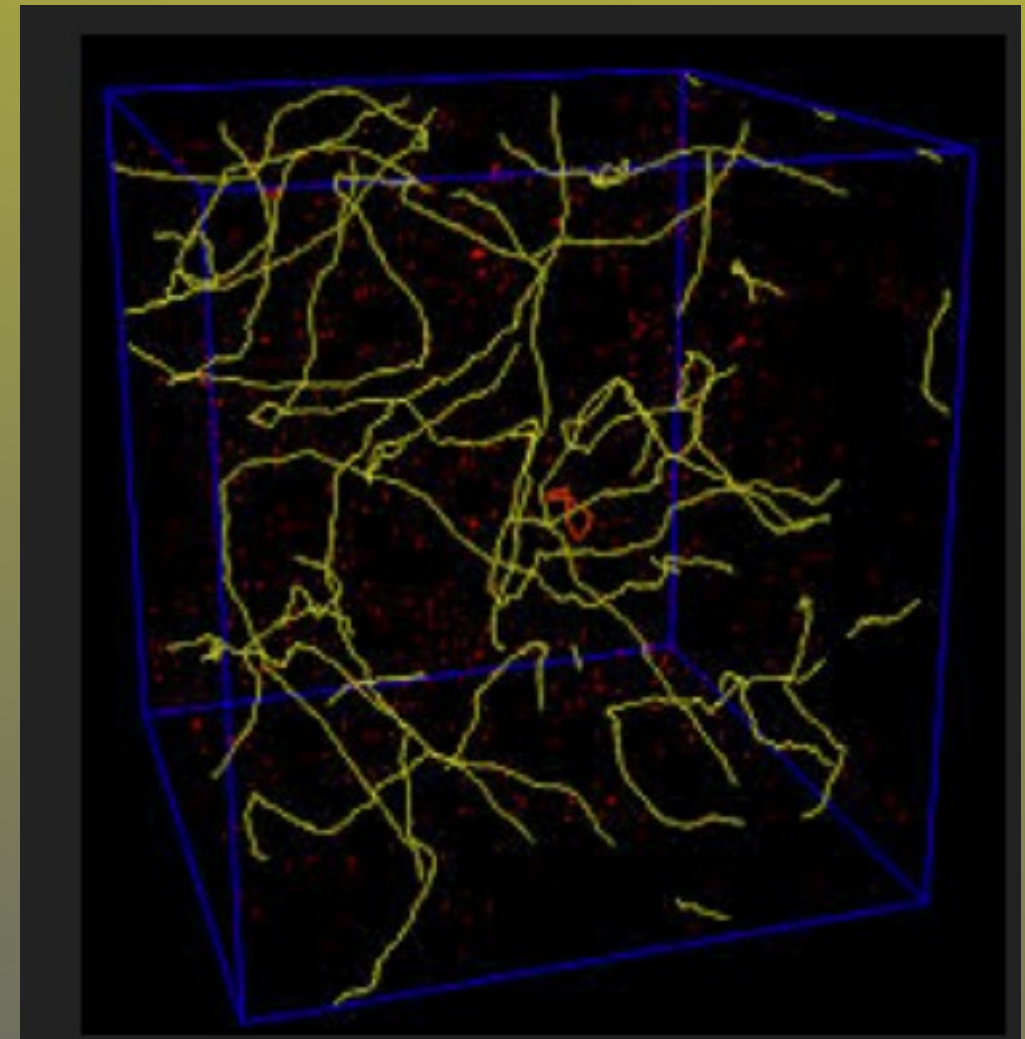


# Aharonov-Bohm radiation

AB string が作られるとどうなるか？

ループが消滅していくときに大きな放射出す

まずは一つのループから放出されるエネルギーを考える



## カスプからの放出エネルギー

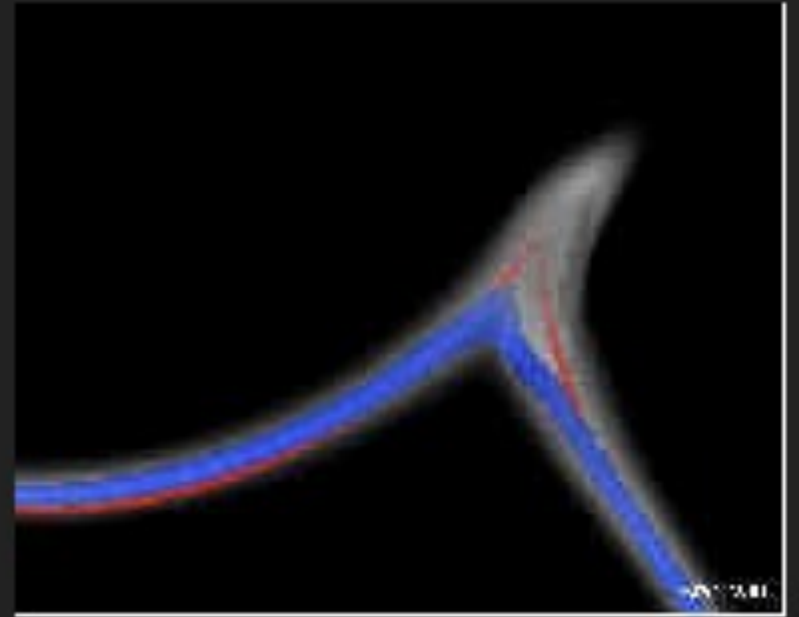
AB stringの周りのゲージポテンシャルの決定  
(wire-approximationの範囲)

$$k \int_{4D} \tilde{C}_2 \wedge dA, \quad \text{where} \quad \tilde{C}_2 = \int_{\beta} C_5,$$

$$\int_{\Sigma_2} \tilde{C}_2 = \int_{4D} \tilde{C}_2 \wedge *J_2$$

$C_5$ のe.o.m.

$$k \partial_{\mu} A_{\nu} = \tilde{J}_{\mu\nu},$$



## カスプからの放出エネルギー

C5のe.o.m.

$$k\partial_\mu A_\nu = \tilde{J}_{\mu\nu},$$

(wire-approximationの範囲)

$$\tilde{J}_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} J^{\alpha\beta},$$

$$J^{\alpha\beta} = \int d\tau d\sigma (\dot{X}^\alpha X'^\beta - \dot{X}^\beta X'^\alpha) \delta^{(4)}(x - X(\sigma, \tau)),$$

$$A_\nu = \frac{1}{k} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \frac{p^\mu}{(p_\lambda p^\lambda)} J^{\alpha\beta}.$$

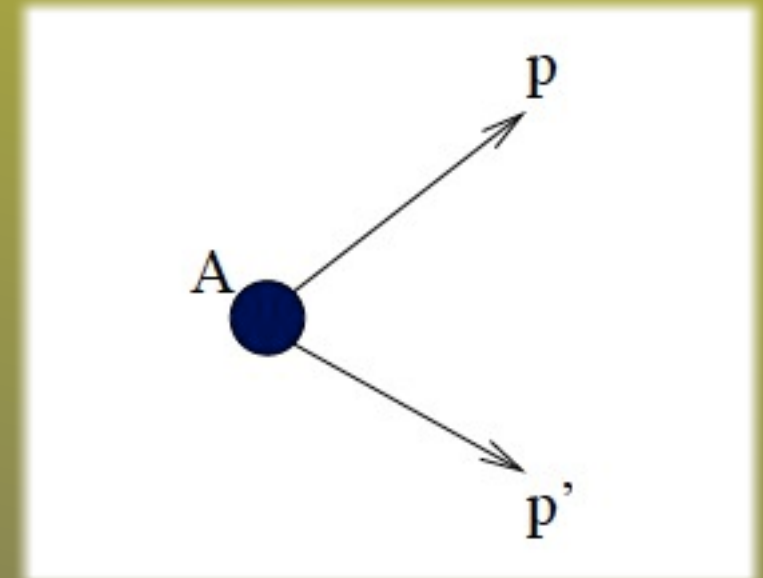
# Aharonov-Bohm radiation

カスプからの放出エネルギー

$$A_\nu = \frac{1}{k} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \frac{p^\mu}{(p_\lambda p^\lambda)} J^{\alpha\beta}.$$

$$\int_{4D} A \wedge *_4 \mathcal{J}.$$

$$\mathcal{J}_\mu = \sum_a \bar{\psi}_a \gamma_\mu \psi_a.$$



ソレノイドから放出されるフェルミオンの計算

[ Vachaspati et al. Nov/2009 ]

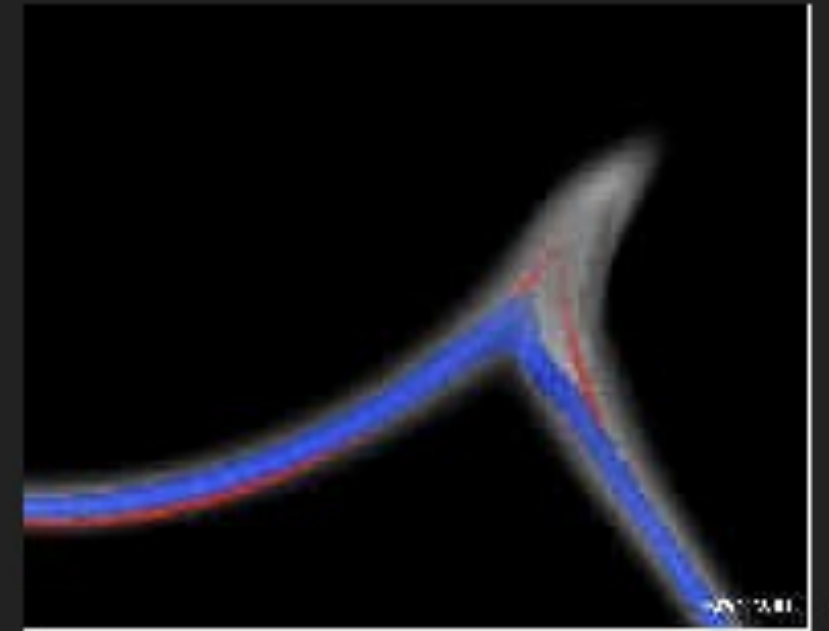
## うまくハマっていることその2

massless粒子の放出の結果

$$P_{AB} \simeq \Gamma_{AB} \frac{\Phi^2}{L^2} N_{\max} = \Gamma_{AB} \frac{\Phi^2 \sqrt{\mu}}{L}.$$

[ Vachaspati et al. '09 ]

$$\text{hol}(\gamma) \equiv \exp \left( \int_{\gamma} A \right) = \exp \left( \int_{\sigma} F \right) = \exp \left( \frac{2\pi i}{k} \right) \equiv \exp(i\Phi),$$



我々のモデル

AB particleの質量  $\ll$  AB stringのスケール

計算結果をそのまま適応できる

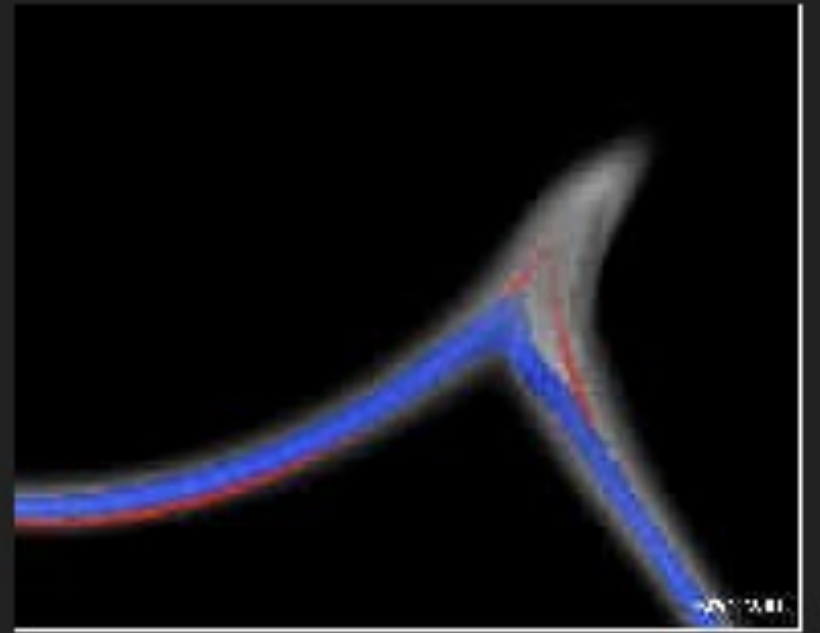
# Gravitational radiation

$$P_{\text{AB}} \simeq \Gamma_{\text{AB}} \frac{\Phi^2}{L^2} N_{\text{max}} = \Gamma_{\text{AB}} \frac{\Phi^2 \sqrt{\mu}}{L}.$$

重力波の放出

$$P_{\text{GW}} = \Gamma_{\text{GW}} G \mu^2.$$

$$L_{\text{crit}} = \frac{\Gamma_{\text{AB}} \Phi^2}{\Gamma_{\text{GW}}} \left( \frac{1}{G \mu} \right)^{3/2} \sqrt{G}.$$



AB優勢

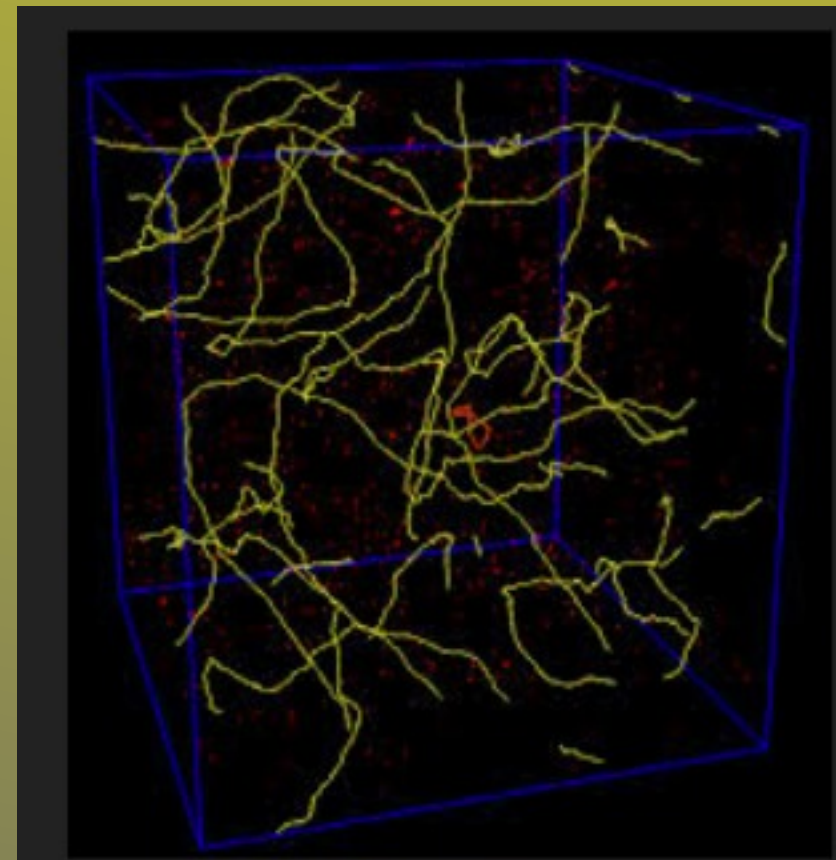
GW優勢

$L_{\text{crit}}$

$L$

# String Network

1つのループからの寄与がわかった  
どのサイズのループがどれだけ存在する  
か？



the number density of the loop size between  $L$  and  $L + dL$

$$n_L dL = \frac{\xi \sqrt{\alpha}}{p^b L^{5/2} t^{3/2}},$$

放射優勢期

# String Network

the number density of the loop size between  $L$  and  $L + dL$

$$n_L dL = \frac{\xi \sqrt{\alpha}}{p^b L^{5/2} t^{3/2}},$$

$$\dot{\rho} = \int_{L_{\min}}^{L_{\max}} dL n_L P_{\text{AB}}.$$

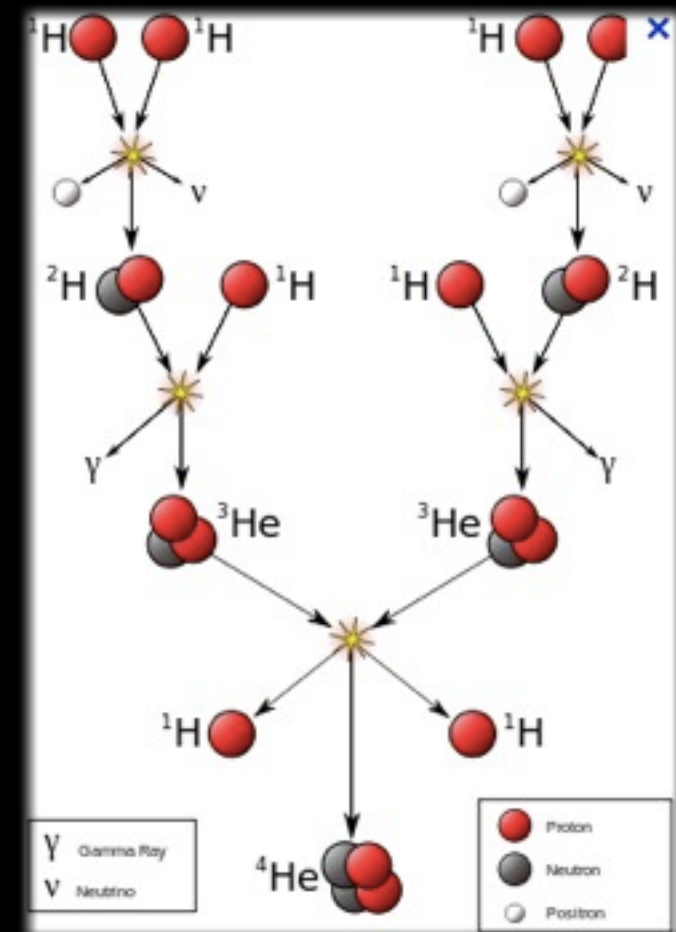
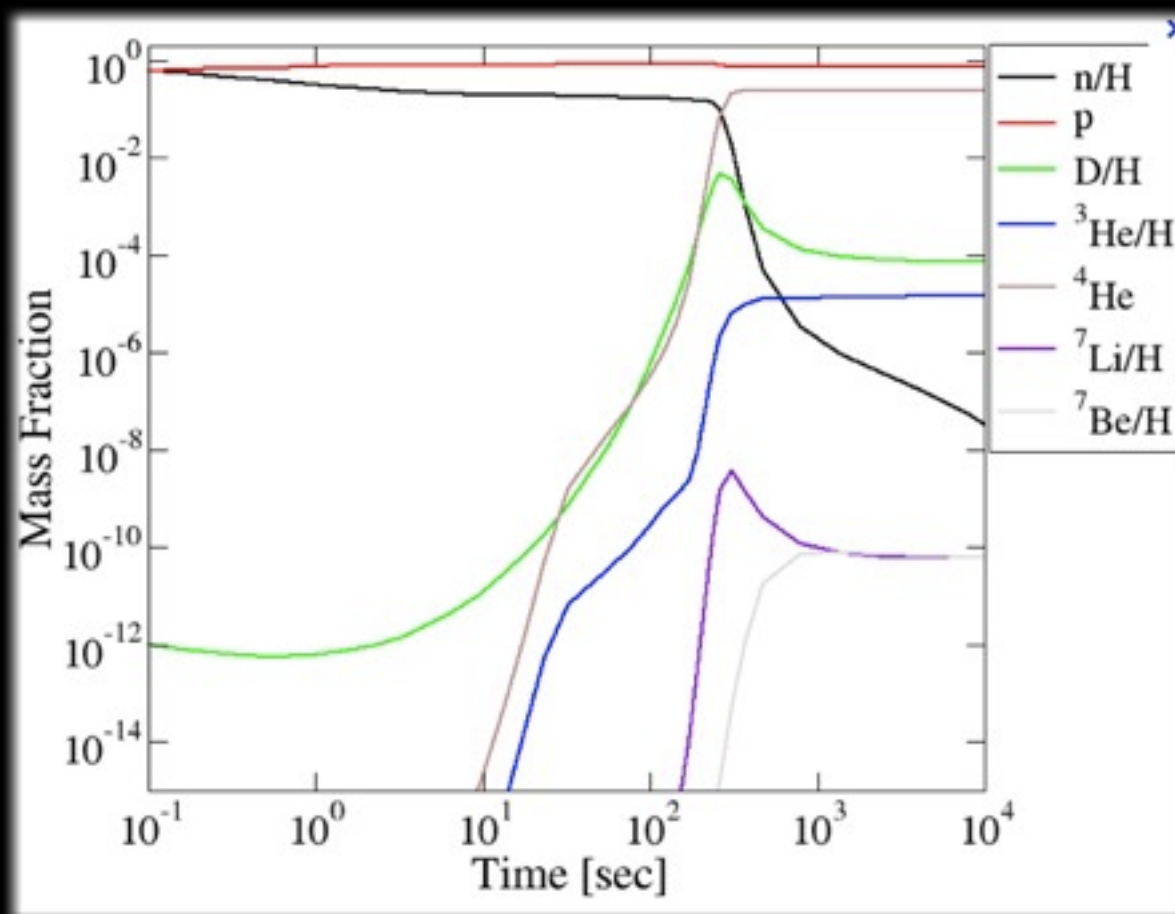
$$L^2 < t \frac{\Gamma_{\text{AB}} \Phi^2}{\sqrt{\mu}} \equiv L_{\text{AB}}^2.$$

$$L < \Gamma_{\text{GW}} G \mu t \equiv L_{\text{GW}}.$$

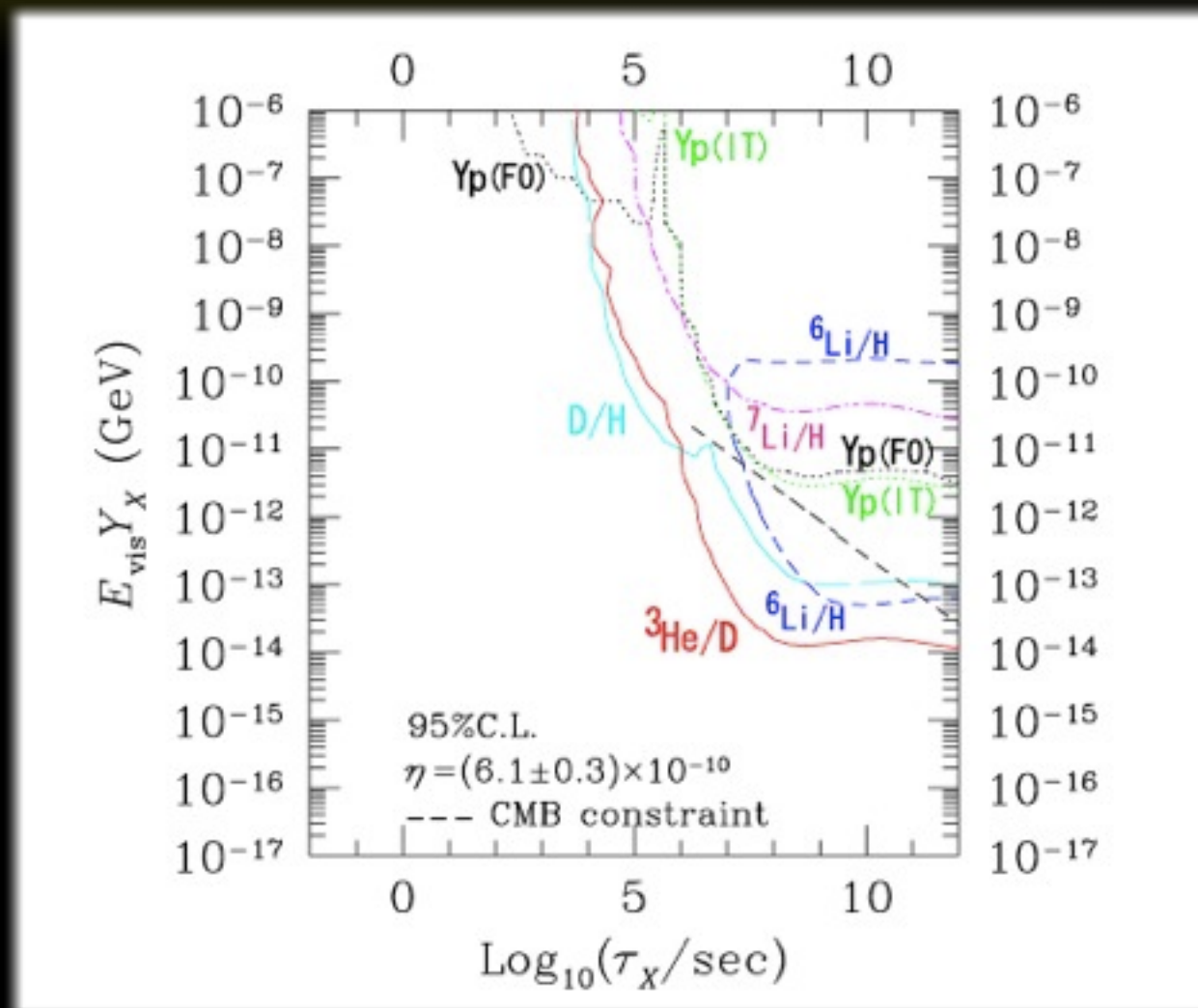
$$L_{\min} \equiv \max[L_{\text{GW}}, L_{\text{AB}}].$$

# Big Bang Nucleosynthesis

Radiative emissions of electrons, photons or muons, are constrained



# Big Bang Nucleosynthesis



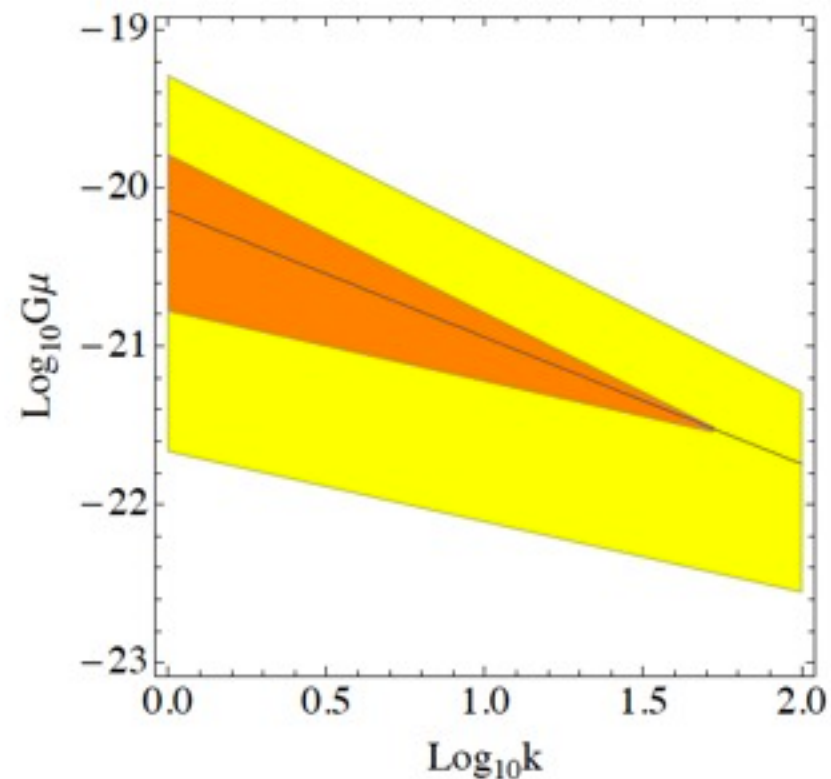
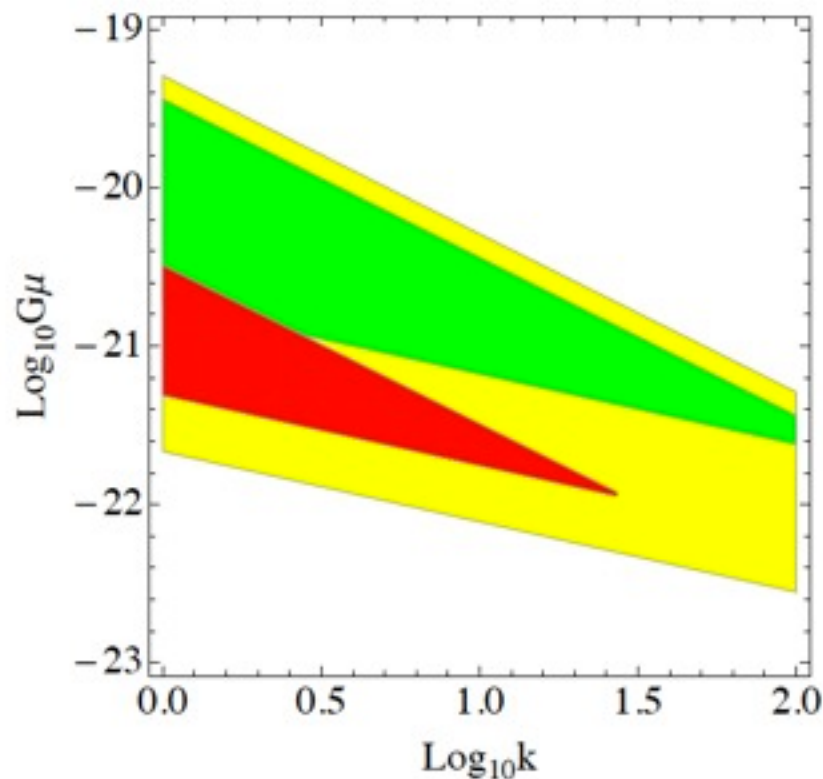
[ Kawasaki, Kohri and Moroi '04 ]

$$B_r \frac{\rho_a}{s} \lesssim \begin{cases} 10^{-8} \text{GeV} \left( \frac{\tau_a}{10^4 \text{s}} \right)^{-2}, & \text{for } 10^4 \text{s} < \tau_a < 10^7 \text{s} \\ 10^{-14} \text{GeV}, & \text{for } 10^7 \text{s} < \tau_a < 10^{12} \text{s} \end{cases}$$

# BBN constraint

$$\frac{\rho_{AB}}{s} \simeq \begin{cases} 4.6 \times 10^{-46} \left(\frac{1[s]}{t}\right)^{3/2} \left(\frac{10.75}{g_*}\right)^{1/4} \frac{\xi\sqrt{\alpha}}{p^b} \frac{\Phi^2 \Gamma_{AB}}{\Gamma_{GW}^{5/2}} (G\mu)^{-2} [\text{GeV}] & \text{for } L_{\min} = L_{GW} \\ 5.5 \times 10^8 \left(\frac{1[s]}{t}\right)^{1/4} \left(\frac{10.75}{g_*}\right)^{1/4} \frac{\xi\sqrt{\alpha}}{p^b} (\Phi^2 \Gamma_{AB})^{-1/4} (G\mu)^{9/8} [\text{GeV}] & \text{for } L_{\min} = L_{AB}. \end{cases}$$

$$B_r \frac{\rho_a}{s} \lesssim \begin{cases} 10^{-8} \text{GeV} \left(\frac{\tau_a}{10^4 \text{s}}\right)^{-2}, & \text{for } 10^4 \text{s} < \tau_a < 10^7 \text{s} \\ 10^{-14} \text{GeV}, & \text{for } 10^7 \text{s} < \tau_a < 10^{12} \text{s} \end{cases}$$



### うまくハマっていることその3

$$\frac{\rho_{AB}}{s} \simeq \begin{cases} 4.6 \times 10^{-46} \left(\frac{1[s]}{t}\right)^{3/2} \left(\frac{10.75}{g_*}\right)^{1/4} \frac{\xi\sqrt{\alpha}}{p^b} \frac{\Phi^2 \Gamma_{AB}}{\Gamma_{GW}^{5/2}} (G\mu)^{-2} [\text{GeV}] & \text{for } L_{\min} = L_{GW} \\ 5.5 \times 10^8 \left(\frac{1[s]}{t}\right)^{1/4} \left(\frac{10.75}{g_*}\right)^{1/4} \frac{\xi\sqrt{\alpha}}{p^b} (\Phi^2 \Gamma_{AB})^{-1/4} (G\mu)^{9/8} [\text{GeV}] & \text{for } L_{\min} = L_{AB}. \end{cases}$$

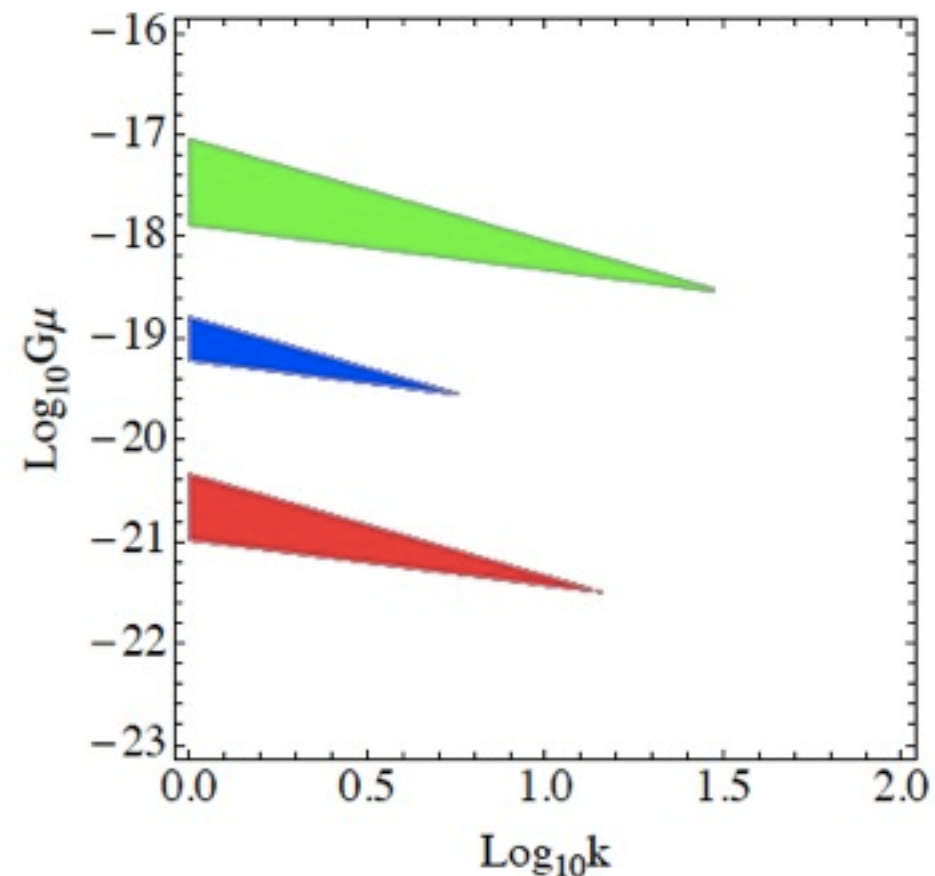
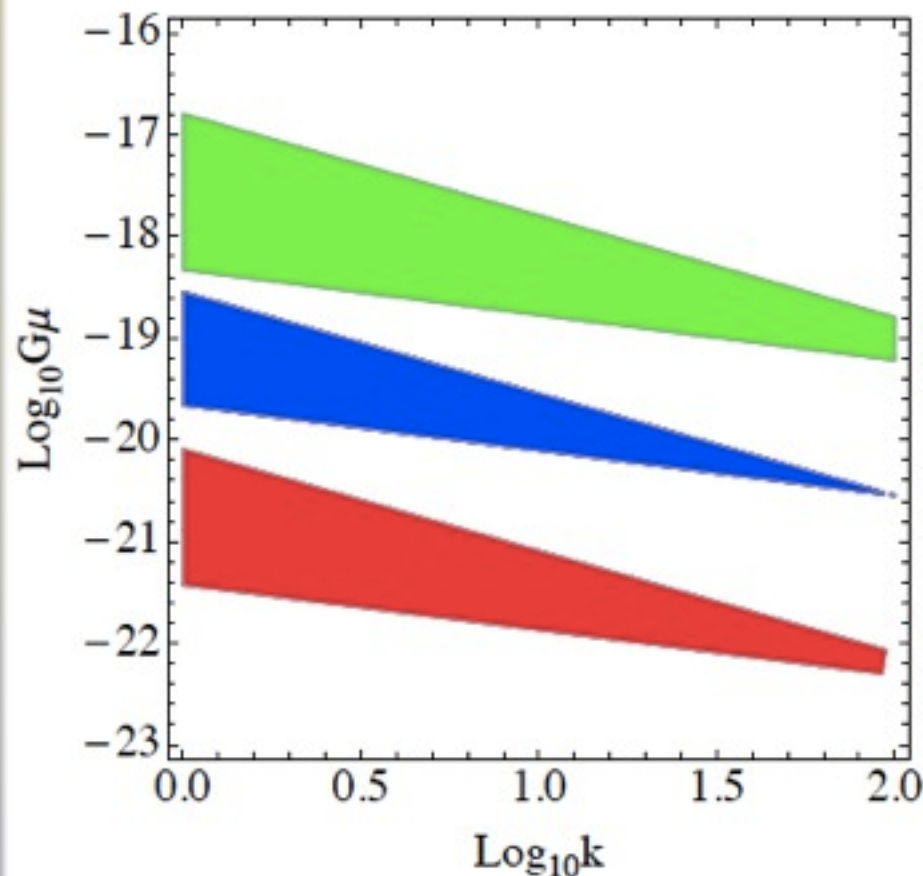
$$10^{-3} \leq p \leq 1$$

Extra dimensionがあるためにreconnection probabilityが小さい

→ 制限がつよくなる

# hadronic constraint

$$\frac{\rho}{s} < \begin{cases} 10^{-17/2} \left(\frac{1[s]}{t}\right)^{5/2} [\text{GeV}] & \text{for } 10^{-1} [s] \leq t < 10^0 [s], \\ 10^{-17/2} [\text{GeV}] & \text{for } 10^0 [s] \leq t < 10^2 [s], \\ 10^{-6} \left(\frac{1[s]}{t}\right)^{5/4} [\text{GeV}] & \text{for } 10^2 [s] \leq t < 10^4 [s], \\ 10^{-11} [\text{GeV}] & \text{for } 10^4 [s] \leq t < 10^6 [s], \\ 10^{-2} \left(\frac{1[s]}{t}\right)^{3/2} [\text{GeV}] & \text{for } 10^6 [s] \leq t < 10^8 [s], \\ 10^{-14} [\text{GeV}] & \text{for } 10^8 [s] \leq t \leq 10^{10} [s]. \end{cases}$$



## $\gamma$ -ray constraint

物質優勢期で  $\gamma$ -rayからの条件が効く

$$t_{\text{cas}} \simeq \mathcal{O}(10^{14\sim 15})[\text{s}],$$

$$n_L dL = \frac{\xi \sqrt{\alpha t_{\text{eq}}}}{p^b L^{5/2} t^2},$$

物質優勢期

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \int_{L_{\text{min}}}^{L_{\text{max}}} dL n_L P_{\text{AB}} = \frac{2\Phi^2 \xi \sqrt{\alpha t_{\text{eq}}} \sqrt{\mu}}{5p^b t^2} \Gamma_{\text{AB}} L_{\text{min}}^{-5/2} + \dots \\ &\simeq \frac{2\xi \sqrt{\alpha t_{\text{eq}}}}{5p^b} \times \begin{cases} \frac{\Phi^2 \Gamma_{\text{AB}}}{\Gamma_{\text{GW}}^{5/2}} (G\mu)^{-2} M_{\text{pl}} t^{-9/2} & \text{for } L_{\text{min}} = L_{\text{GW}} \\ (\Phi^2 \Gamma_{\text{AB}})^{-1/4} (G\mu)^{9/8} M_{\text{pl}}^{9/4} t^{-13/4} & \text{for } L_{\text{min}} = L_{\text{AB}}. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\omega_{\text{cas}} \equiv \int_{t_{\text{cas}}}^{t_0} dt \dot{\rho} \frac{a^4(t)}{a^4(t_0)} < 5.8 \times 10^{-7} \left[ \frac{\text{eV}}{\text{cm}^3} \right],$$

## $\gamma$ -ray constraint

物質優勢期で  $\gamma$ -rayからの条件が効く

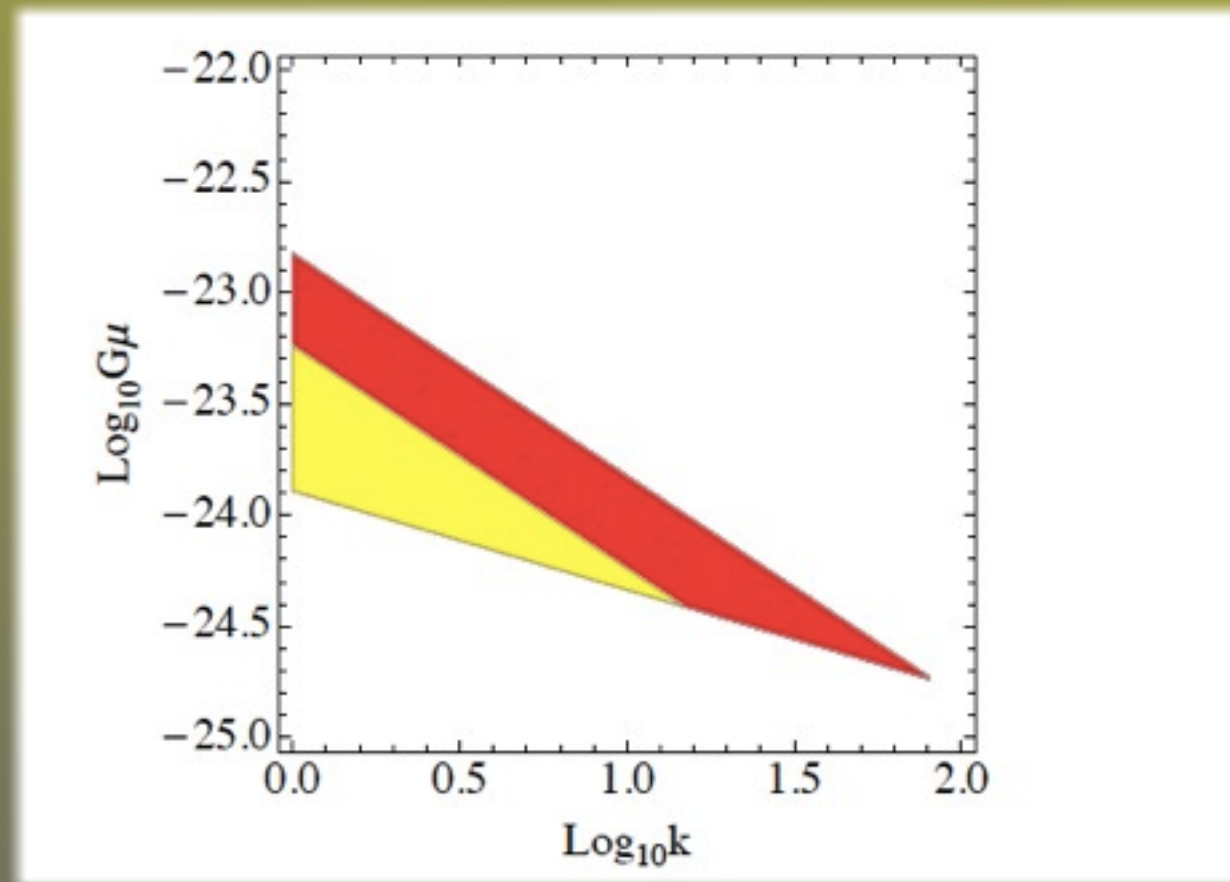


Figure 4: Constraints from the diffuse  $\gamma$ -ray background. The red and yellow regions are excluded by the condition (4.8) for  $t_{\text{cas}} = 10^{14}, 10^{15}[\text{s}]$  with the parameters,  $p^b = 10^{-3}$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $\Gamma_{\text{AB}} = 50$ ,  $\Gamma_{\text{GW}} = 20$  and  $\xi = 50$ .

## まとめ

- 1) 弦理論のモデルビルディングでは離散的ゲージ対称性がしばしば生じ、それとともにAharonov-Bohmストリングがコンパクト化に制限を与える事を指摘
- 2) 具体的に見たSM-likeモデルではAB stringからSMの粒子が放出し、BBN、 $\gamma$ -rayが重要な制限を与える事を示した
- 3) AB radiationはトポロジカルでQuantumな効果で生じるので、効果は小さいと予想されるが、reconnection probabilityが小さい弦理論では十分な大きさになるため、弦理論においてとくに重要