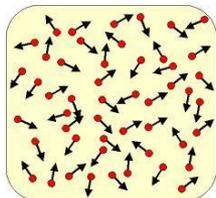


Brane Refrigerator:
非平衡定常系の有効温度と
有効ホライズン

名古屋大学大学院理学研究科
中村 真

参考文献: S. N. and H. Ooguri, arXiv:1309.4089

多体系の物理学



多自由度系の物理学:

全ての自由度の力学的時間発展を追うのは**絶望的**に近い。

一般的な戦略:

粗視化(平均化)した**巨視的物理量**の振る舞いを扱う。

平衡系では

温度、エントロピー、圧力、.....

系を特徴付ける**少数の巨視的物理量**が存在する。

非平衡系ではどうなるか？

非平衡系の分類

	時間依存性なし (非平衡定常系)	時間依存性あり (非平衡かつ非定常)
線形応答領域 (平衡近傍)	線形応答理論や流体力学などが一定の成功を収めている	
線形応答を超えた領域 (平衡から離れた領域)	特にこの領域を 考える	

非平衡定常状態

例えば、「定常電流が流れるヒーター」

エントロピーや熱が生成されており、散逸が存在する非平衡系。

多体系の物理学

平衡系には、(温度、エントロピー、圧力、等々)の系を特徴付ける少数の巨視的物理量が存在した。



非平衡定常系ではどうなるか？

ここでの問い

- 非平衡定常系に温度に相当する概念(有効温度)は存在するか？
- 存在するとしたら、その振る舞いは？

非平衡定常系の設定

非平衡定常系を準備するには、**外力**と**熱浴**が必要。

電源: 非平衡にドライブする

エネルギーの流れ

外部環境
(Source)

仕事

非平衡定常系

(着目系) 定常にできる

非平衡定常系は
開放系である。

散逸

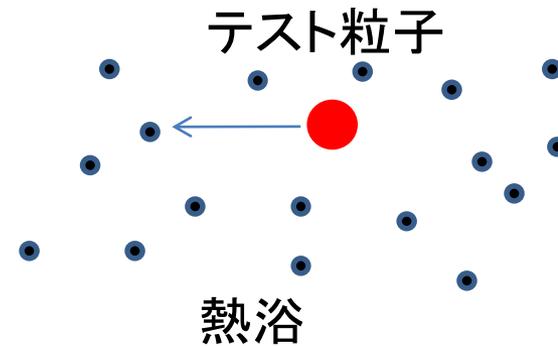
熱浴

外力の行う**仕事**と熱浴への**散逸**が**バランス**していれば、
着目系は(非平衡ながら)**定常状態**となる。

ここで考える非平衡定常系

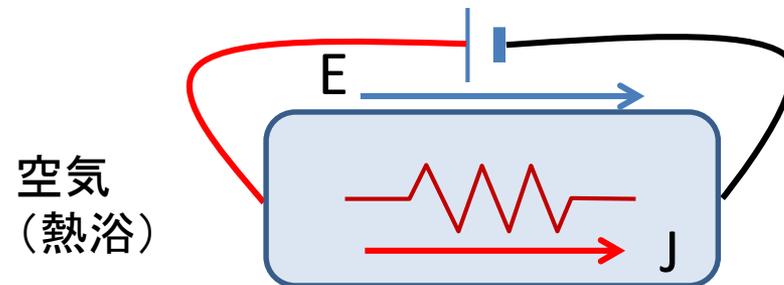
Langevin系

熱浴中を一定外力で
牽引されるテスト粒子の系。



定常電流系

一定外部電場に平行な
定常電流の流れる系。



解析手法

ここではAdS/CFT対応を用いる。

理由

- 線形応答を超えた解析が可能な場合がある。
- 温度等の巨視的物理量に対する新しい視点を提供してくれる可能性がある。

(超対称)ゲージ理論で構成した多自由度系を重力理論にマップし、外力で非平衡にドライブすることで非平衡定常系の振る舞いを探る。

AdS/CFT対応

[J. Maldacena 1997]

Large- N_c 、強結合
量子ゲージ理論

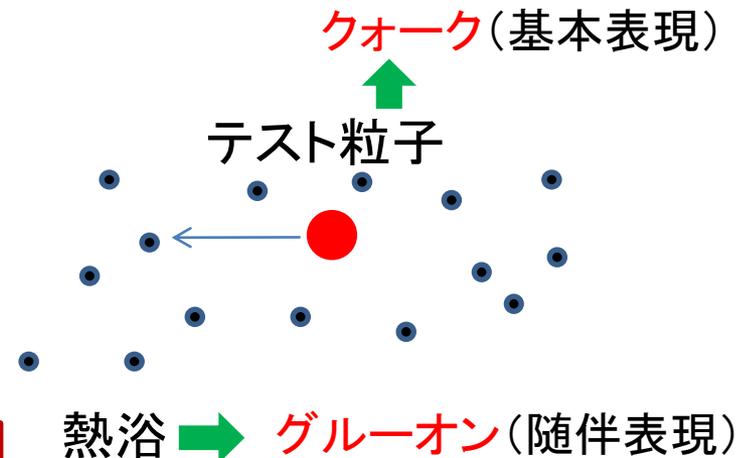
=
等価

高次元の古典
(超)重力理論

ゲージ理論の言葉で多自由度系を設定する必要がある。

Langevin系

熱浴中を一定外力で牽引されるテスト粒子の系。

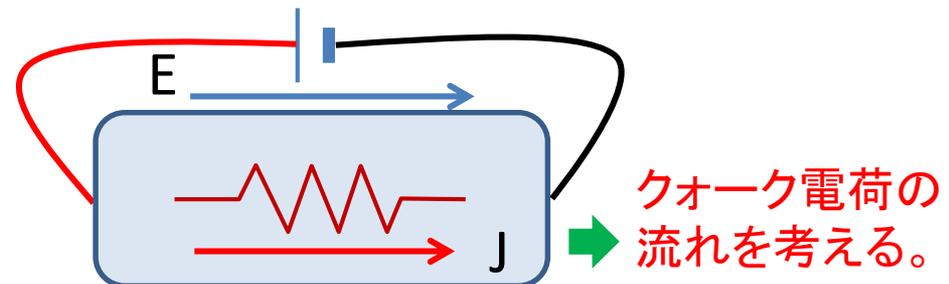


定常電流系

非閉じ込め相を考える

一定外部電場に平行な定常電流の流れる系。

グルーオン ← 空気 (熱浴)



熱浴の設定

熱浴は**随伴表現**の粒子(**グルーオン**)で構成する。

例えば、**Large-Nc, SU(Nc), N=4 超対称ゲージ理論**
(有限温度、非閉じ込め相)を用いる。

SU(Nc): 系の自由度 \sim **比熱** $\sim O(Nc^2)$

Large-Nc で比熱が非常に大きくなり、**良い熱浴**となる。

重力側では

漸近的にAdS₅となる**Schwarzschild ブラックホール** ($\times S^5$)

[Witten, 1998]

温度の概念は**Hawking温度**で与えられている。

ブラックホール熱力学の法則

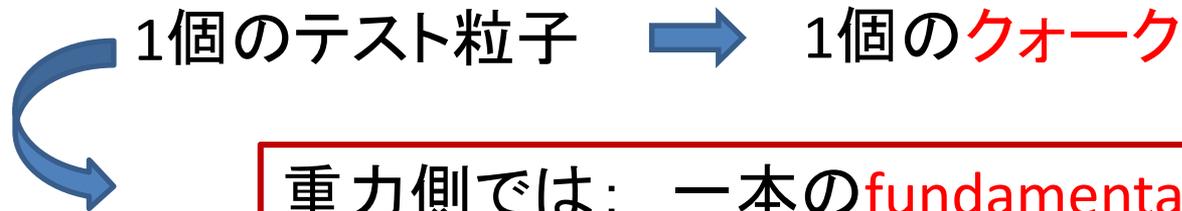
	熱力学	ブラックホール
第0法則	熱平衡では 温度 が一定。	定常解では 表面重力 κ (T_H に対応)が一定
第1法則	$dE = T dS + \mu dN$	$dM = [\kappa / (8\pi G_N)] dA + \mu dN$ (第2項は各運動量や電荷に対応する項。)
第2法則	エントロピー は減少しない。	ホライズンの面積 は減少しない。
第3法則	物理過程で 温度 をゼロにできない。(Nernst) ゼロ温度極限で エントロピー はゼロ(Planck)	物理過程で 表面重力 をゼロにできない。

各法則について対応が成立している。

着目系の設定

着目系は**基本表現**の粒子(**クォーク**)で構成する。

Langevin系



重力側では: 一本の**fundamental string**

[Maldacena, 1998]

定常電流系



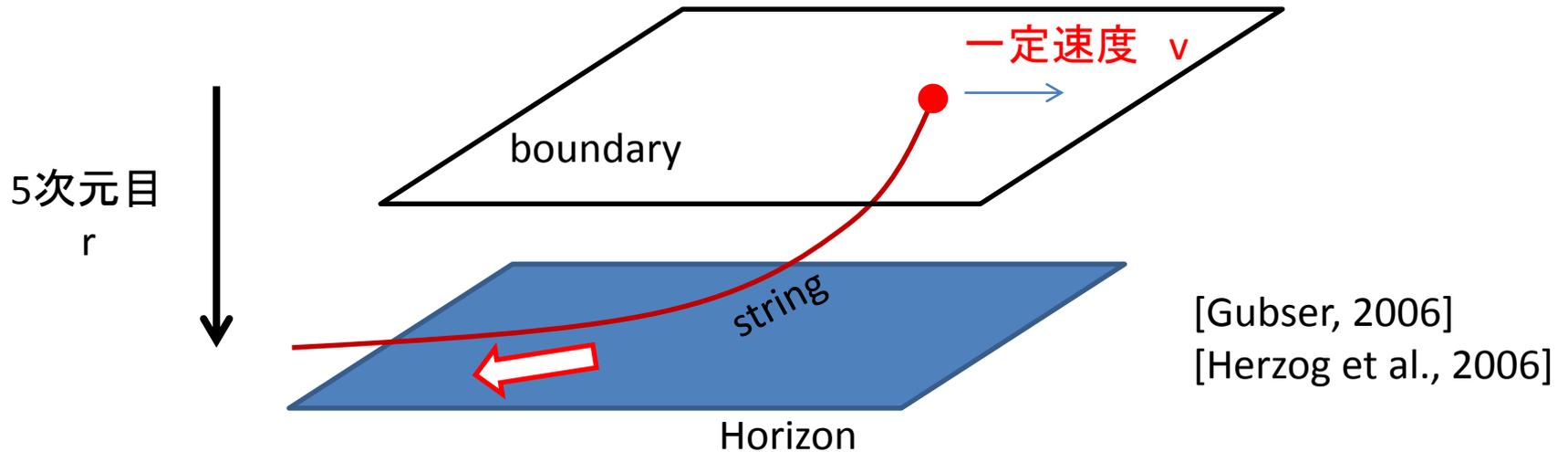
重力側では: probe **D-brane**

[Karch and Katz, 2002]

これらのobjectを**外力**で**非平衡**に**ドライブ**すれば良い。

Langevin系の場合

外力 f による牽引(境界条件)



Stringのenergy-momentum tensor $T_{\mu\nu}$ が非自明となる。

T^0_r = black holeに向かって流れ込む**エネルギー流**
= 外力の行う単位時間あたりの**力積**

$$f = \left. \frac{\partial L}{\partial(\partial_r x)} \right|_{\text{boundary}} \neq 0 \quad \text{at} \quad v \neq 0.$$

[Gubser, 2006]

[Herzog et al., 2006]

外力と速度の関係の決定

[Gubser, 2006], [Herzog et al., 2006]

$$L_{\text{NG}} = -(\text{tension}) \sqrt{-\det(\partial_a X^\mu \partial_b X^\nu g_{\mu\nu})}$$

$$X(t, r) = vt + x(r)$$


$$\partial_r \frac{\partial L}{\partial(\partial_r x)} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial L}{\partial(\partial_r x)} = f$$
$$(\partial_r x)^2 = f^2 \frac{g_{rr}}{-g_{tt}g_{rr}} \frac{(-g_{tt}) - g_{xx}v^2}{(-g_{tt})g_{xx} - f^2}$$

$(-g_{tt}) - g_{xx}v^2 = 0$ となる特別な点 r_* において

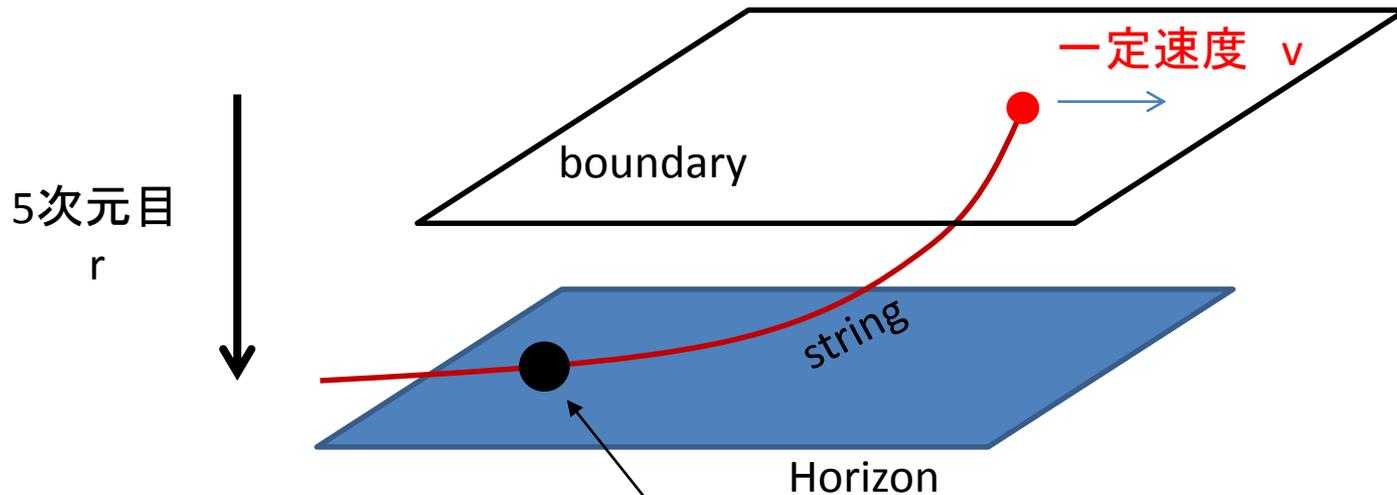
$(-g_{tt})g_{xx} - f^2 \Big|_{r_*} = 0$ となるように f を選べば
(選んだ時のみ)
 $\partial_r x$ が実数となる。

右辺は一般に負となり得るが...

外力と速度の関係
が定まる。
(摩擦力が定まる。)

Langevin系の場合

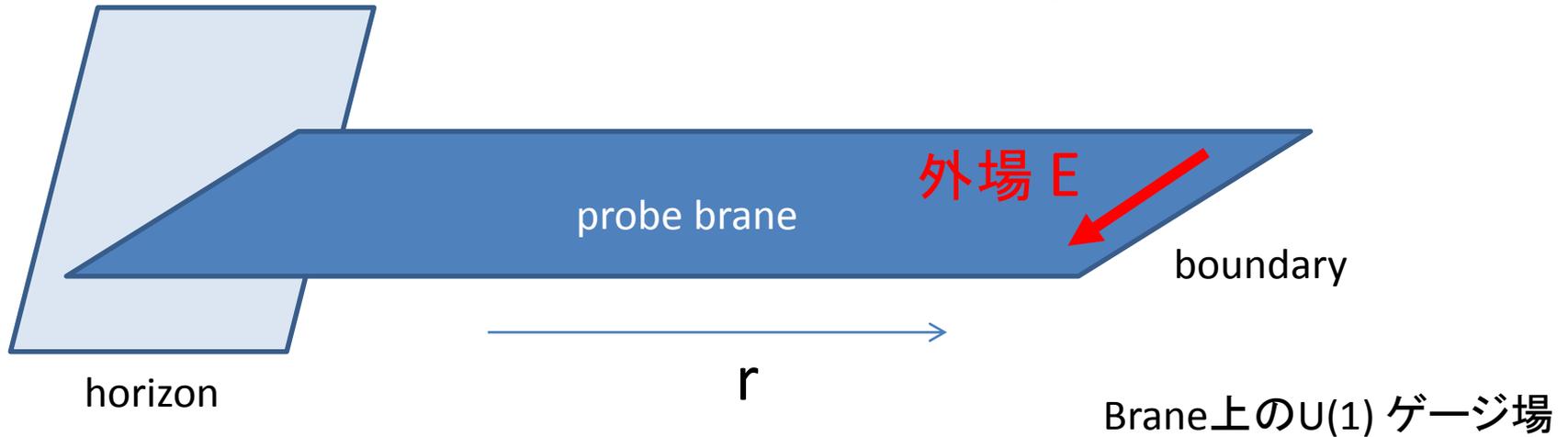
外力 f による牽引(境界条件)



$r=r_*$ という特別な点がある。

定常電流系の場合

[Karch and O'Bannon, 2007]



$$L_{\text{DBI}} = e^{-\phi} \sqrt{-\det(\partial_a X^\mu \partial_b X^\nu g_{\mu\nu} + F_{ab})}$$

Probe brane のworldvolume上に電場 E をかける。

$$A_1 = -Et + h(r) \quad \longrightarrow \quad J = \frac{\partial L}{\partial F_{r1}}$$

E と J の関係の決定

[Karch and O'Bannon, 2007]

$$(F_{r1})^2 = J^2 \frac{g_{rr}}{|g_{tt}|} \frac{E^2 - |g_{tt}|g_{xx}}{J^2 - e^{-2\phi}|g_{tt}|g_{xx}^{q-1}}$$

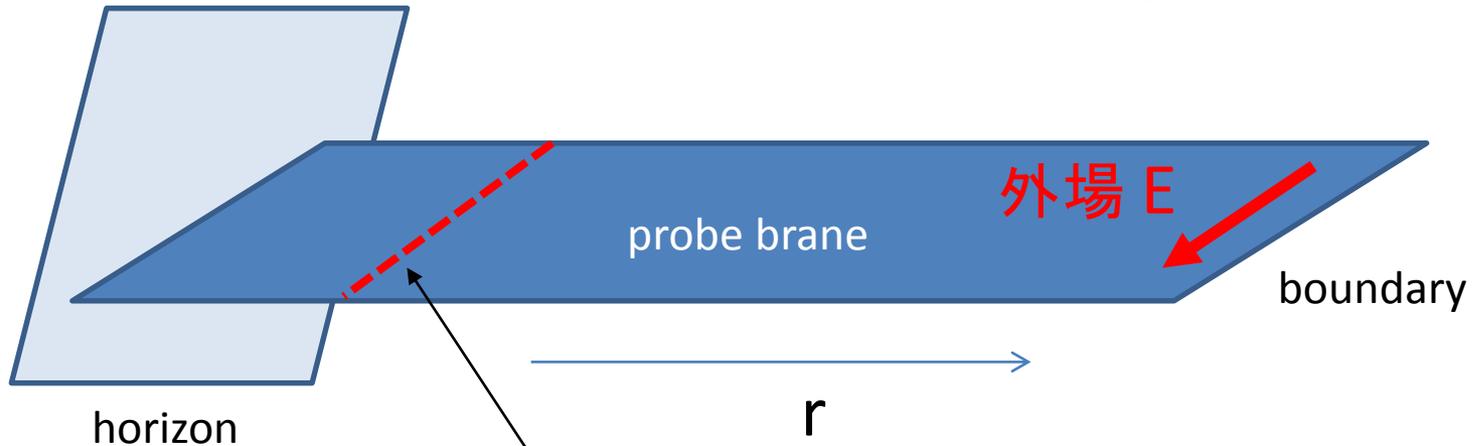
q: braneの「空間」方向の
広がり

やはり、 $E^2 - |g_{tt}|g_{xx} = 0$ となる特別な点 r_* が存在し、

$J^2 - e^{-2\phi}|g_{tt}|g_{xx}^{q-1} \Big|_{r_*} = 0$ となるように J を選ぶことで、
 J が実数となる。

定常電流系の場合

[Karch and O'Bannon, 2007]



$r=r_*$ という特別な点がある。

これらの r_* はどのような場所なのか？

$r=r_*$ とは？

stringやbraneの微小揺らぎが観測するhorizonである。

(先行研究: [Kim-Shock-Tarrio 2011, Sonner-Green 2012])

ここでは、 $r=r_*$ を「有効ホライズン」と呼ぶことにする。

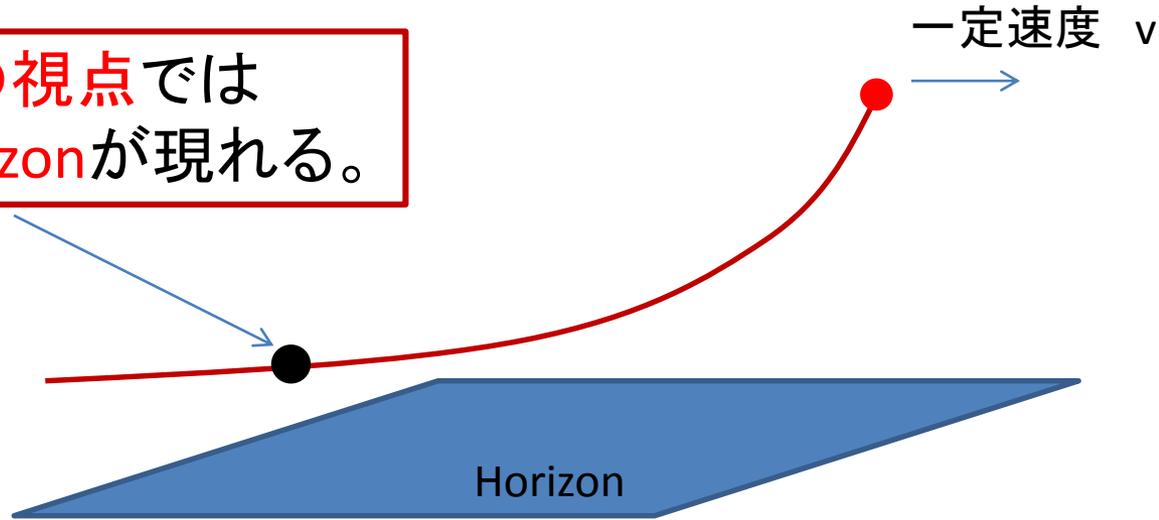
考え方

- 外力存在下でのstringやbraneの配位(電磁場)を求める。
- 求めた解まわりでの配位や電磁場の微小揺らぎが従う方程式を書き下す。

Langevin系の場合

See also, [Gubser, 2008]

有効計量の視点では
 $r=r_*$ に horizonが現れる。



このstringの微小振動 δX の従う運動方程式

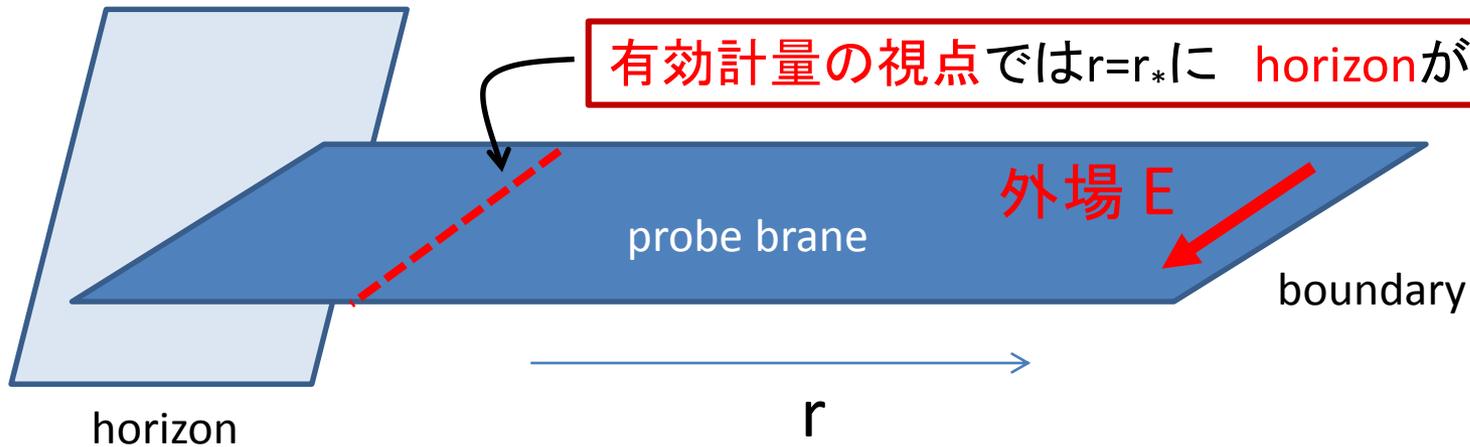
$$\partial_a \left(\sqrt{-\tilde{g}} \tilde{g}^{ab} \partial_b \delta X^\mu \right) = 0,$$

$$\tilde{g}_{ab} = \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu g_{\mu\nu}$$

有効計量で記述される
曲がった時空上の
クラインゴールドン方程式

Stringの世界面上の
誘導計量=「有効計量」
(v に依存)

定常電流系の場合



brane上のゲージ場の微小揺らぎ δA_b やスカラー場の微小揺らぎ δX^μ の従う運動方程式:

$$\partial_a \left(\sqrt{-\tilde{g}} \tilde{g}^{ab} \partial_b \delta X^\mu \right) = 0,$$

$$\partial_a \left(\sqrt{-\bar{g}} \bar{g}^{ab} \delta f_{bc} \bar{g}^{cd} \right) = 0, \quad \delta f_{bc} = \partial_b \delta A_a - \partial_a \delta A_b.$$

の形に従い、有効計量で支配されるgeometryを「見る」。

Overall factorが異なるが、いずれもbrane上のopen-string metric に比例している。

非平衡定常系の「有効温度」

これらの、非平衡定常状態まわりの微小揺らぎが観測する有効ホライズンで定まるHawking温度が、「有効温度」の役割を果たすのではないか。

braneやstring上の微小揺らぎが
観測する有効ホライズン
=揺らぎを支配する有効温度 T_{eff} を与える。



時空のブラックホール
のホライズン
=熱浴の温度 T を与える。

外力が存在すると
 $r_H < r_*$ となることを
示すことができる。

有効温度と熱浴の温度の関係

[S. N. and H. Ooguri, arXiv:1309.4089]

一般的、系統的に調べてみる。

- **熱浴**: Dp-brane時空のnear-horizon極限

[Itzhaki-Maldacena-Sonnenschein-Yankielowicz, 1998]

$$ds^2 = r^{\frac{7-p}{2}} \left[- \left(1 - \frac{r_0^{7-p}}{r^{7-p}} \right) dt^2 + d\vec{x}^2 \right] + \frac{dr^2}{r^{\frac{7-p}{2}} \left(1 - \frac{r_0^{7-p}}{r^{7-p}} \right)} + r^{\frac{p-3}{2}} d\Omega_{8-p}^2$$

- **テストobject**: probe D(q+1+n)-brane またはF1 string.
コンパクト方向に巻き付いている。
- **荷電粒子系**: probe D(q+1+n)-brane

定常電流系の場合

線形応答を超えた領域

$$T_{\text{eff}} = c_0^{-1} \frac{\left((c_0 T)^{\frac{14-2p}{5-p}} + CE^2 \right)^{1/2}}{\left((c_0 T)^{\frac{14-2p}{5-p}} + E^2 \right)^{\frac{1}{7-p}}} = T + \frac{1}{2} \left(C - \frac{2}{7-p} \right) \frac{E^2}{(c_0 T)^{\frac{14-2p}{5-p}}} T + O(E^4)$$

$$c_0 = \frac{4\pi}{7-p}, \quad C = \frac{1}{2} \left(q + 3 - p + \frac{p-3}{7-p} n \right)$$

ここが負になる場合がある！
例：D4-D2系 ($p=4, q=2, n=0$)

$T_{\text{eff}} < T$ となり得る。

外力で非平衡に駆動することにより、揺らぎの見る温度が下がる場合がある。

Langevin系の場合

決してLorentz boostによる効果とは理解できない。

線形応答を超えた領域

$$T_{\text{eff}} = (1-v^2)^{\frac{1}{7-p}} (1+Cv^2)^{\frac{1}{2}} = T + \frac{1}{2} \left(C - \frac{2}{7-p} \right) v^2 T + O(v^4)$$

$$c_0 = \frac{4\pi}{7-p}, \quad C = \frac{1}{2} \left(q+3-p + \frac{p-3}{7-p} n \right)$$

ここが負になる場合がある！

$$T_{\text{eff}} < T \text{ となり得る。}$$

特に、AdS₅-BH中でF1をdragした場合： [Gubser, 2008]

$$T_{\text{eff}} = \frac{T}{\sqrt{\gamma}} < T \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$$

外力で非平衡に駆動することにより、揺らぎの見る温度が下がる場合がある。

$T_{\text{eff}} < T$ は許されるのか？

許される。

非平衡定常系の有効温度が熱浴の温度よりも低くなる物性モデルの例

[K. Sasaki and S. Amari, J. Phys. Soc. Jpn. 74, 2226 (2005)]

[Also, private communication with S. Sasa]

熱力学第二法則に矛盾？

- 非平衡定常系は開放系であった。
- 熱力学第二法則は孤立系に対して成立。
- (非平衡でのエントロピー概念も非自明)

熱力学第二法則に抵触しない。

この有効温度は何か？

Stringの振動モード



クォークの受ける外力揺らぎ

Brane上の電磁場の振動モード



電流揺らぎ

揺らぎのGreen関数を重力側で計算する際に、有効horizonでのingoing-wave境界条件を捨てる。

$$\int dt \langle \delta f(t) \delta f(0) \rangle \Big|_{\nu \neq 0} = 2T_{\text{eff}} \frac{\text{Im} G^R(\omega)}{-\omega} \Big|_{\substack{\omega \rightarrow 0, \\ \nu \neq 0}}$$

揺動

散逸

See also, [Gursoy et al., 2010]

必然的に、非平衡定常まわりでの揺動散逸関係式の比例係数は T_{eff} を読み取る。

「温度」とは何か？

$$P \propto e^{-E/T}$$

統計分布の視点

$$t_E \approx t_E + 1/T$$

$$dE = TdS$$

熱力学の視点

$$D = T\mu$$

拡散係数

易動度

揺動散逸定理の視点

$$\xi^a \nabla_a \xi^b = 2\pi T \xi^b$$

Killing vector

表面重力

重力理論の視点

Hawking 温度

Summary

少なくとも我々が調べた範囲の非平衡定常系について

- 非平衡定常系の微小揺らぎが見る(有用な)「有効温度」の概念が、有効metricで定義されるHawking温度の形で明示的に得られた。
- 一般に $T_{\text{eff}} \neq T$ であるが、条件によっては $T_{\text{eff}} < T$ となる場合がある。そのような具体例を数多く示すことができた。

(Drag forceの系での先行する結果:

[Gubser 2006, Casalderrey-Solana and Teany 2007, Gursoy-Kiritsis-Mazzanti-Nitti 2010])

通常の方法ではアプローチが難しい、非線形領域の非平衡定常系に関する、非常に基本的な概念に関してAdS/CFT対応は大変興味深い示唆を与えてくれる。

Discussion

非平衡定常状態において、「熱力学の法則」に類似な法則は、どこまで成立するのだろうか？

- 微小揺らぎが見る「有効温度」の存在はわかった。

ブラックホールの場合は熱力学の法則が存在していた。

それらはアインシュタイン方程式に立脚している。

我々の有効温度はアインシュタイン方程式ではなく、braneやstringの(線形近似した)運動方程式に立脚している。

参考 : Sonic black hole

ブラックホールの場合の関係式が、我々の系でどこまで成立し、何が成立しないのか？