

原子スペクトル測定で探る 新しい相互作用

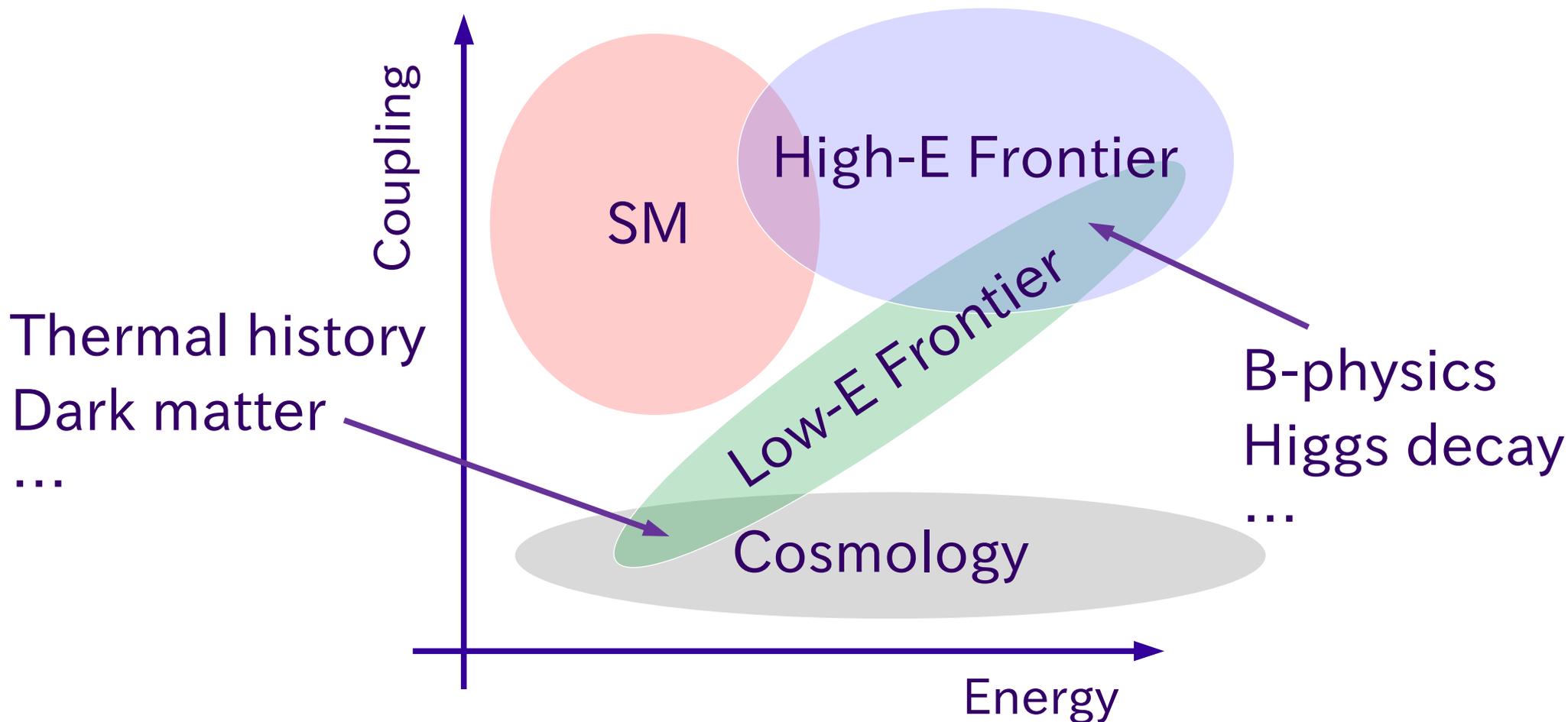
2018/01/10
@京都大

山本 康裕 (Yonsei U)

三上恭子、田中実(大阪大)との共同研究(1710.11443)に基く。

新しい物理の探索

◆ 相互作用の強さ $\sim \frac{g}{M} : \frac{1}{1 \text{ TeV}} = \frac{10^{-4}}{100 \text{ MeV}}$



低エネルギー実験

◆ 特定の測定に特化

Kaon FCNC (NA62, KOTO, …), LFV (MEG, COMET, …),
DM 直接検出 (LUX, PandaX, …), g-2, Atomic Clock, …

▶ 比較的安価 & 比較的小さいcollaboration

◆ より高いscaleにも感度がある

$$\frac{1}{M^2} (\bar{\psi} \gamma^\mu \psi) (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi)$$

▶ 4-quark interaction { H: 10 TeV
L: 100 TeV

▶ DM-quark interaction { H: 1 TeV
L: 10 TeV

Supermeasure 極度測定(しなさい)

◆ 電子の異常磁気モーメント(10桁)

$$\frac{g_e - 2}{2} = \begin{cases} -0.001\,159\,652\,180\,73(28)_{\text{EX}} \\ -0.001\,159\,652\,181\,64(76)_{\text{TH}} \end{cases}$$

◆ 単位系の基準

質量：キログラム原器(笑)

長さ：光が1秒間に進む距離

時間：セシウム原子のある遷移energy

▶ 15-16桁の精度 (1億年に1秒くらいずれる。)

▶ 数年で18桁の精度へ到達する。

▶ 他の原子でも、今後の精度向上が期待されている。

▶ 不定性を減らして新物理の探索に使えないか？

Isotope shift と King's linearity

- ◆ 原子スペクトルは同位体で僅かに異なる。

$$\delta H = \delta K + \delta V \quad \blacktriangleright \quad \delta \nu_1 = G_1 \delta \mu + F_1 \delta \langle r^2 \rangle$$

換算質量

原子核のsize

波動関数依存

- ▶ 複数の遷移間で線形関係がある。

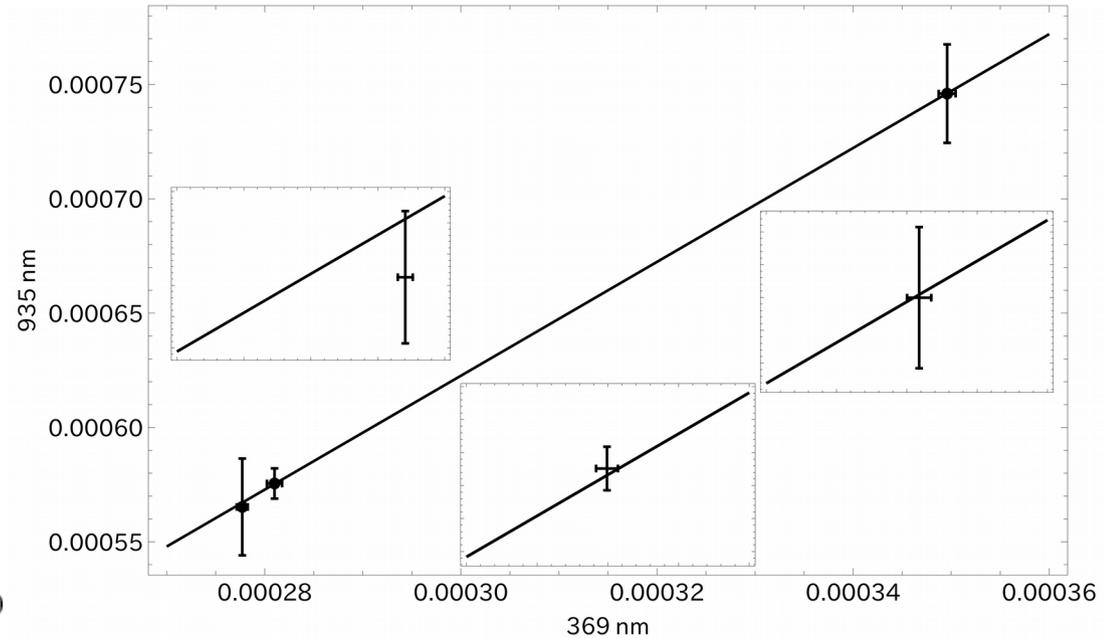
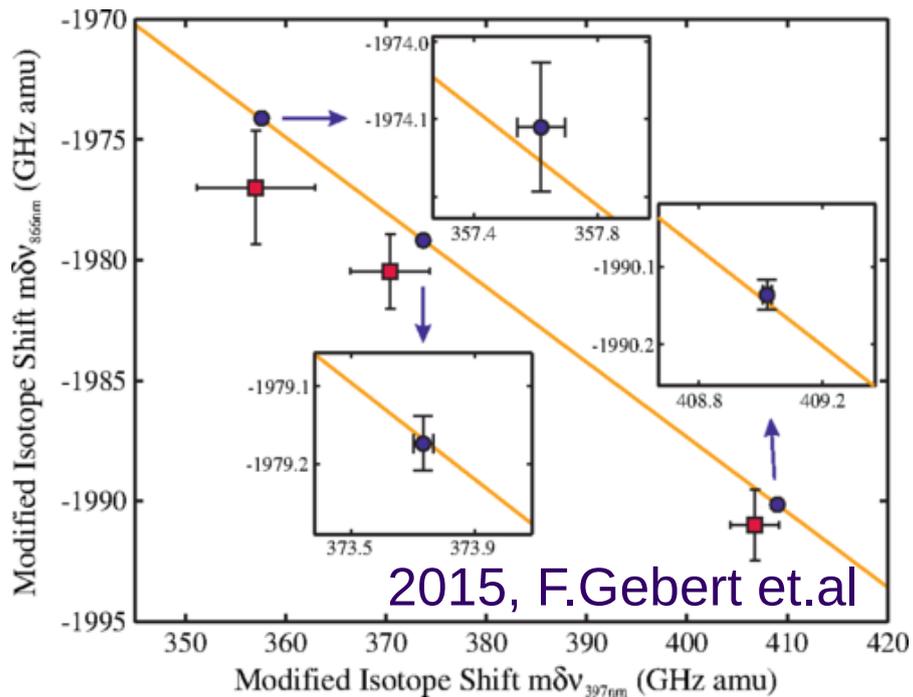
1963, W.H.King

$$\frac{\delta \nu_2}{\delta \mu} = \frac{F_2}{F_1} \frac{\delta \nu_1}{\delta \mu} + \left(G_2 - \frac{F_2}{F_1} G_1 \right)$$

同位体に依存しない。

- ▶ 他の力が原子の中で働いていたら？

King's linearityの破れ



- ◆ 複数の遷移間で線形関係があるとは限らない。

$$\delta\nu_1 = G_1\delta\mu + F_1\delta\langle r^2 \rangle + \underline{X_1} \leftarrow \begin{array}{l} \text{NLO corrections} \\ \text{Yukawa potential} \end{array}$$

$$\frac{\delta\nu_2}{\delta\mu} = \frac{F_2}{F_1} \frac{\delta\nu_1}{\delta\mu} + G_2 - \frac{F_2}{F_1} G_1 + \underline{\left(X_2 - \frac{F_2}{F_1} X_1 \right) / \delta\mu}$$

あなたのshiftはどこから？

◆ 私はHiggsから

1601.05087: C.Delaunay et.al.

▶ 重い粒子に対する感度は無視出来る。

◆ 私は新しい物理から

1704.05068: J.C.Berengut et.al.

$$\delta H = \delta K + \delta V + \alpha_{ne} \delta A \frac{e^{-mr}}{r}$$

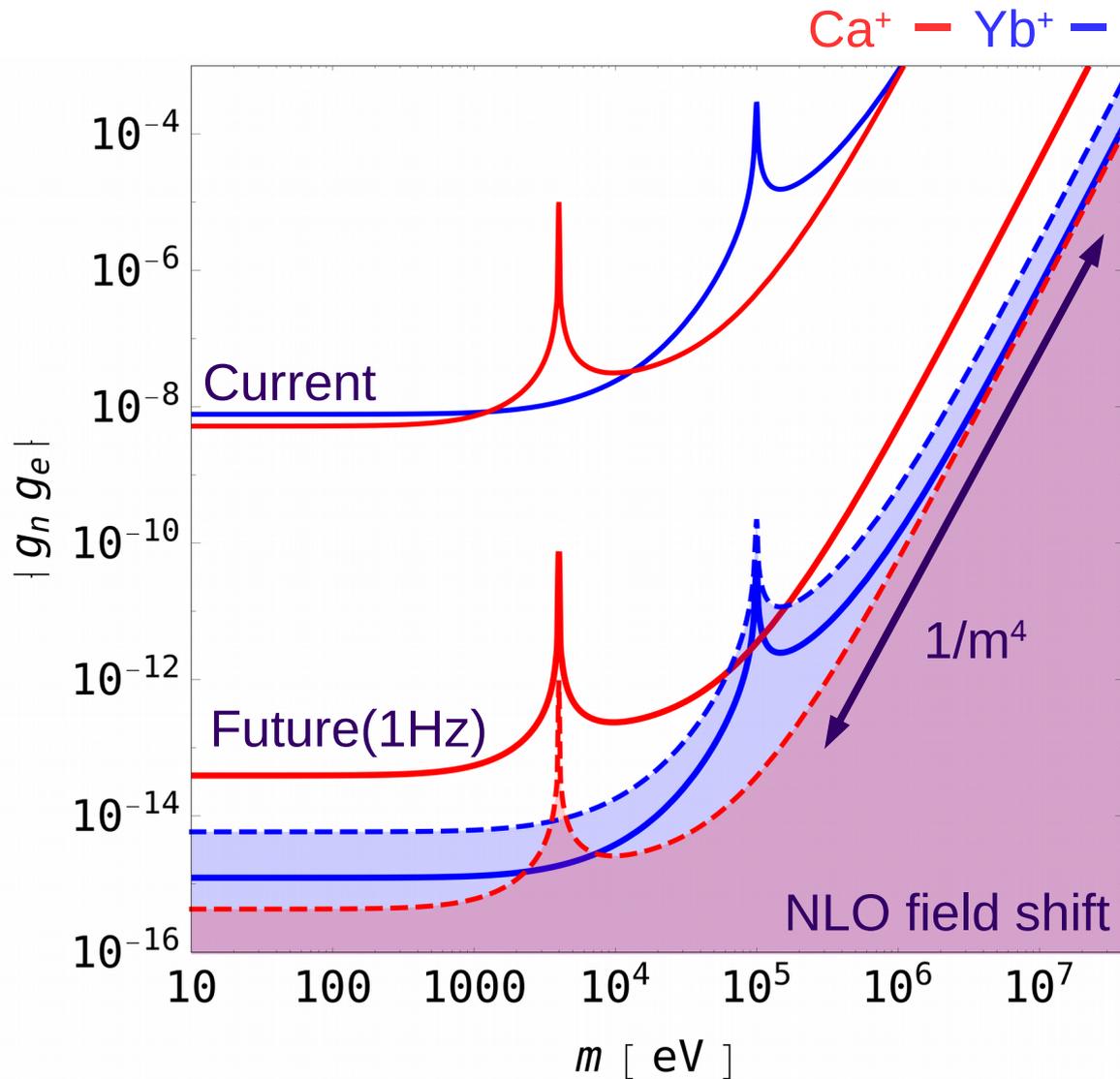
◆ 私は高次補正から

1710.11443: K.Mikami, M.Tanaka, YY

$$\delta \nu_1 = G_1 \delta \mu + F_1 \delta \langle r^2 \rangle + \tilde{F}_1 \delta \langle r^4 \rangle + \dots$$

▶ 更に正しい振る舞いを解析的に議論。

感度



- ◆ 重い所では $1/m^4$ で scale。
- ◆ Field shift が感度を制限。

もくじ

- ◆ 導入
- ◆ Field shift とは何か
- ◆ Particle shift の性質
- ◆ 計算手法
- ◆ 結果
- ◆ 展望
- ◆ まとめ

Field shift

定義：
$$\int d\vec{r} (|\psi_j(\vec{r})|^2 - |\psi_i(\vec{r})|^2) \delta V(\vec{r})$$

$-Z\alpha \int d\vec{r}' \frac{\delta\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$

展開

$$\propto \int_0^\infty dr' \int_0^{r'} dr r^2 \sum_k \xi_k r^k \left(r' - \frac{r'^2}{r} \right) \delta\rho(r')$$

$$\delta\langle r^k \rangle = \int d\vec{r} r^k \delta\rho(r)$$

$$Z\alpha \sum_k \frac{\xi_k}{(k+3)(k+2)} \delta\langle r^{k+2} \rangle$$

The Seltzer moment, 1969

- ▶ いわゆる field shift は $k = 0$ 。
- ▶ Non-zero 角運動量の寄与は r^{2l+2} から。

中心付近の波動関数

◆ 原点近傍の電荷分布は有限。

▶ Schroedinger 方程式を展開して、解を外と接続する。

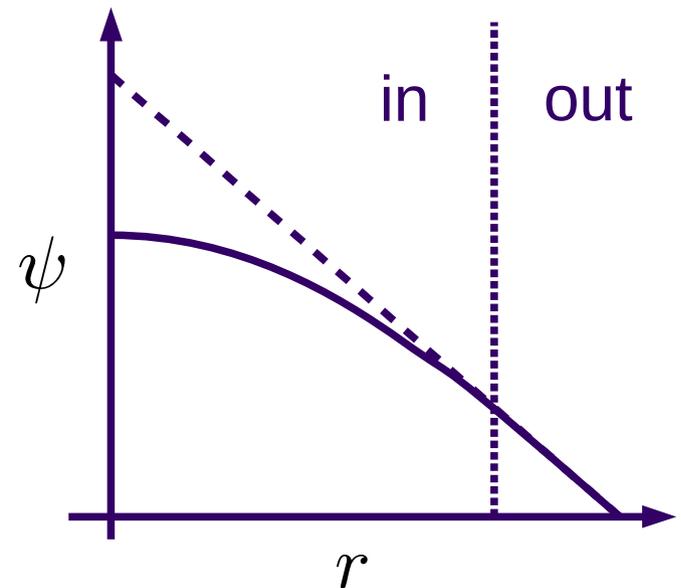
$$\psi_{\text{in}}^l(r) = r^l (\chi_0 + \chi_1 r + \chi_2 r^2)$$

$$\begin{cases} \chi_1 = 0 \\ \chi_2/\chi_0 \sim \frac{Z\alpha m_e}{r_N} \end{cases}$$

▶ 中心で平坦。

▶ Field shift : $F \propto \xi_0 = \chi_0^2$

▶ Field shift のNLOも、基本的に r^2 の order から。



Field shiftの非線形性

◆ Isotope shift は

$$\delta\nu_1 = G_1\delta\mu + \frac{F_1\delta\langle r^2 \rangle + \tilde{F}_1\delta\langle r^4 \rangle + \dots}{}$$

$$\int d\vec{r} (|\psi_j(\vec{r})|^2 - |\psi_i(\vec{r})|^2) \delta V(\vec{r})$$


▶ Kingのせんけいせいがやぶれる!

$$\frac{\delta\nu_2}{\delta\mu} = \frac{F_2}{F_1} \frac{\delta\nu_1}{\delta\mu} + G_2 - \frac{F_2}{F_1} G_1 + \frac{\left(\tilde{F}_2 - \frac{F_2}{F_1} \tilde{F}_1 \right) \delta\langle r^4 \rangle}{\delta\mu}$$

▶ どちらも同じs波を含むと寄与が消える。

▶ s波の寄与がない遷移が支配的になる。

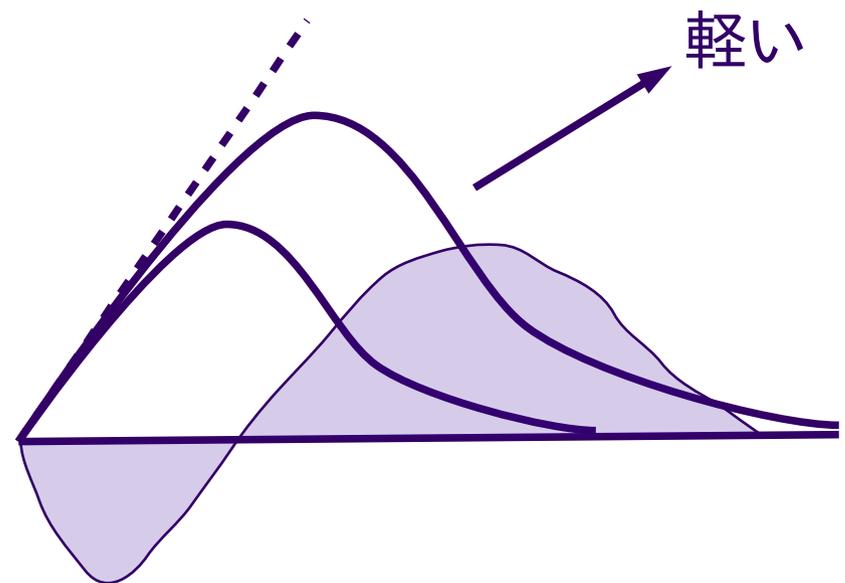
Particle shift

定義：
$$\int d\vec{r} (|\psi_j(\vec{r})|^2 - |\psi_i(\vec{r})|^2) \alpha_{ne} \delta A \frac{e^{-mr}}{r}$$

e-n 結合を測る

- ◆ 寄与の仕方は field shift と同じ。
 - ▶ どちらも同じs波を含むと寄与が消える。
 - ▶ s波の寄与がない遷移が支配的になる。

- ◆ 途中で一度相殺する。
- ◆ 波動関数を2つ覆うと感度が飽和する。



特に重い場合

- ◆ 原点周りでの展開が良い場合、

$$\int d\vec{r} (|\psi_j(\vec{r})|^2 - |\psi_i(\vec{r})|^2) \alpha_{\text{ne}} \delta A \frac{e^{-mr}}{r} = \alpha_{\text{ne}} \delta A \sum_k \frac{k!}{m^{k+2}} \xi_k$$

- ▶ Isotope shift の言葉では

$$\delta\nu_1 = G_1 \delta\mu + F_1 (\delta\langle r^2 \rangle + c_{(0)}/m^2)$$

$$+ c_{(1)}/m^3 + \tilde{F}_1 (\delta\langle r^4 \rangle + c_{(2)}/m^4) + \dots$$

線形性を破らない

複数のs波が必要

p波の主要な寄与

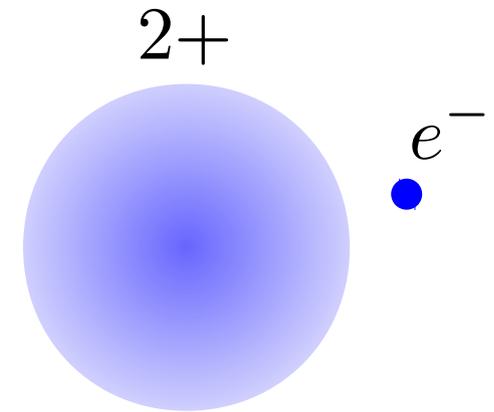
($\xi_1 = 0$ より非常に重いと消える。)

- ◆ 相対論的な場合は、この限りではない。

Thomas-Fermi potential

◆ Potential は Thomas-Fermi 模型

▶ 相空間に下から電子を2つずつ詰めていく semi classical 近似。



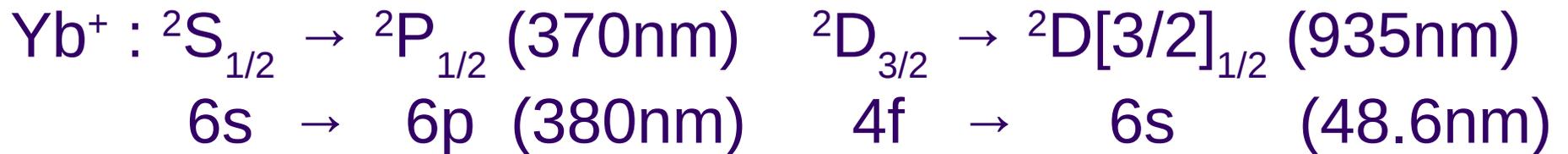
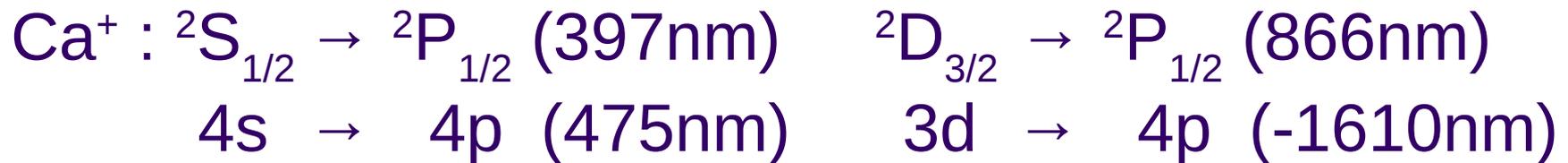
$$\frac{d^2\chi}{dx^2} = \frac{\chi^{3/2}}{x^{1/2}} \begin{cases} x_0\chi'(x_0) = -\frac{n_e}{Z} \\ \chi(0) = 1 \end{cases}$$

$$V_{\text{TF}}(r) = \begin{cases} -\frac{Z\alpha}{r}\chi(x) - n_e\frac{\alpha}{r_0} & (0 < x \leq x_0) \\ -n_e\frac{\alpha}{r} & (x_0 < x) \end{cases}$$

波動関数

◆ Thomas-Fermi potential 下のSchroedinger eq.

▶ 固有状態は (n, l) のみで区別。



▶ s波とp波は悪くないがd波とf波は良くない。

▶ 先行研究と比較すると割りかし合っている。

原子核密度

- ◆ Helm distributionを仮定。

$$\rho_H(r) = \int d^3r' \rho_u(r') \rho_g(r - r')$$

一様分布： $\frac{3}{4\pi r_A^3} \theta(r_A - r)$

Gaussian smearing：

$$\frac{1}{(2\pi s^2)^{3/2}} e^{-r^2/2s^2}$$

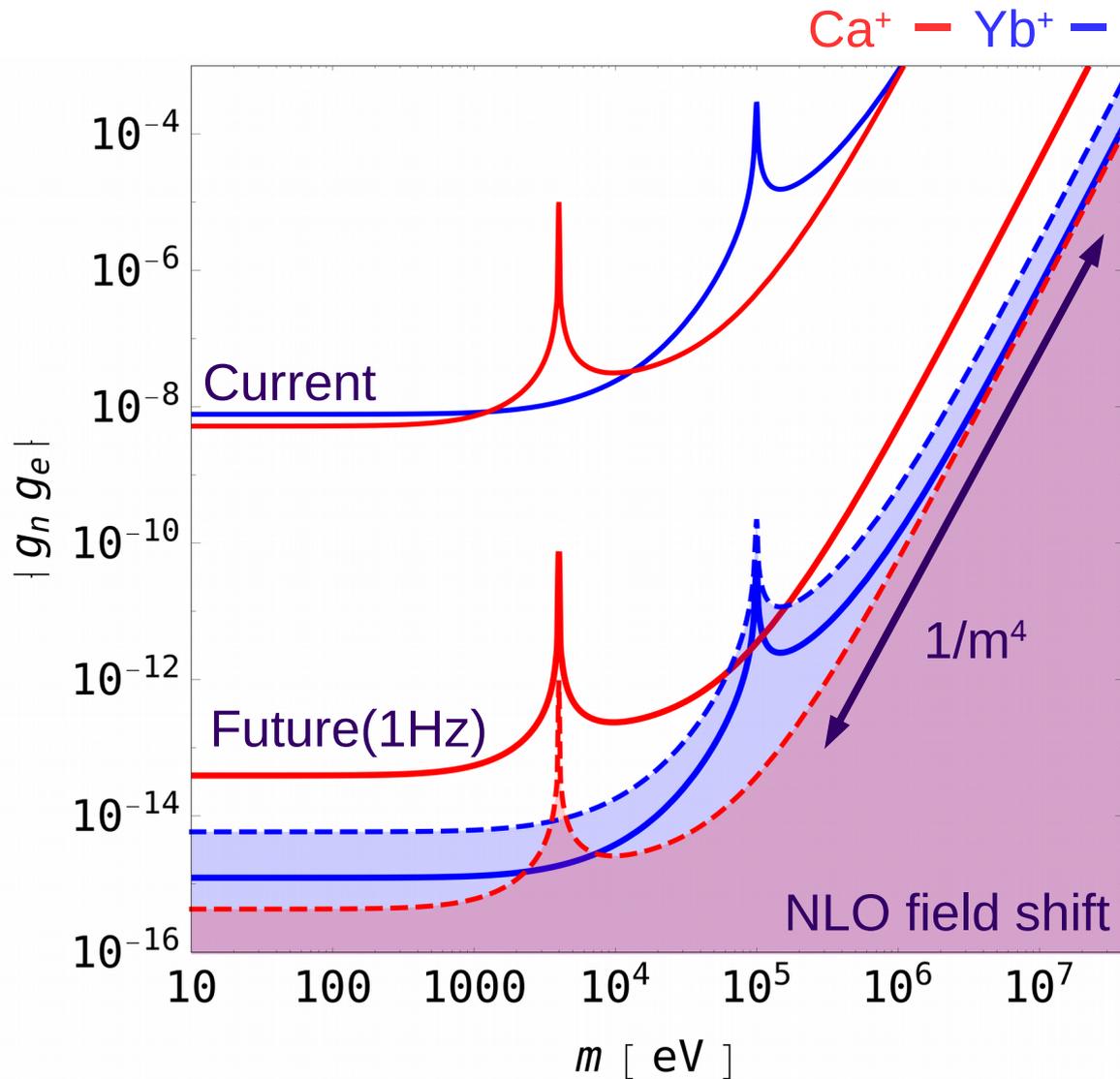
- ▶ 解析的な結果を得易い。

- ◆ 実験は Fermi 分布でfit。

$$\rho_F(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left[\frac{r-c}{a}\right]}$$

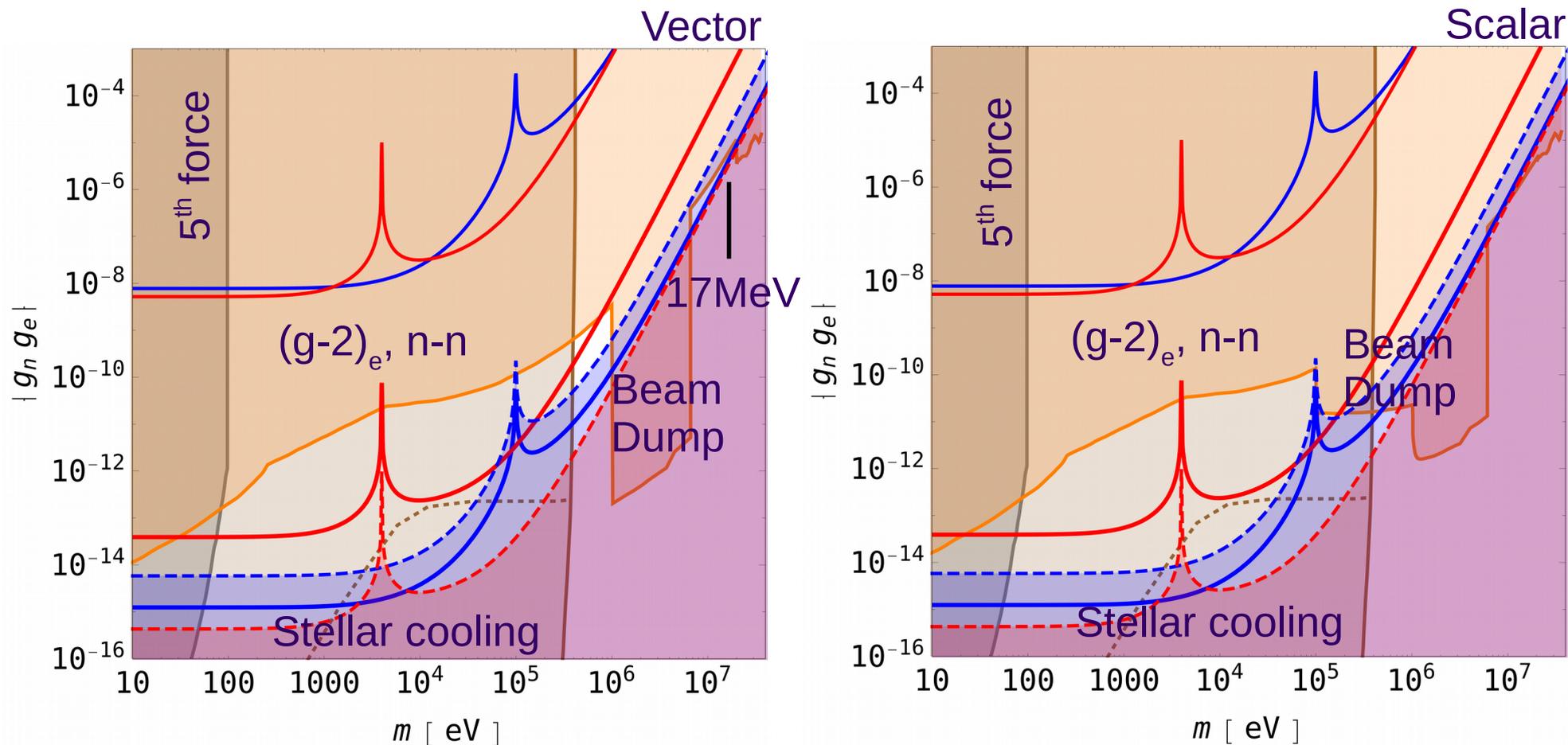
- ▶ 平均二乗半径が一致するように r_A を決定、 s でfit。

感度



- ◆ 重い所では $1/m^4$ で scale。
- ◆ Field shift が感度を制限。

制限



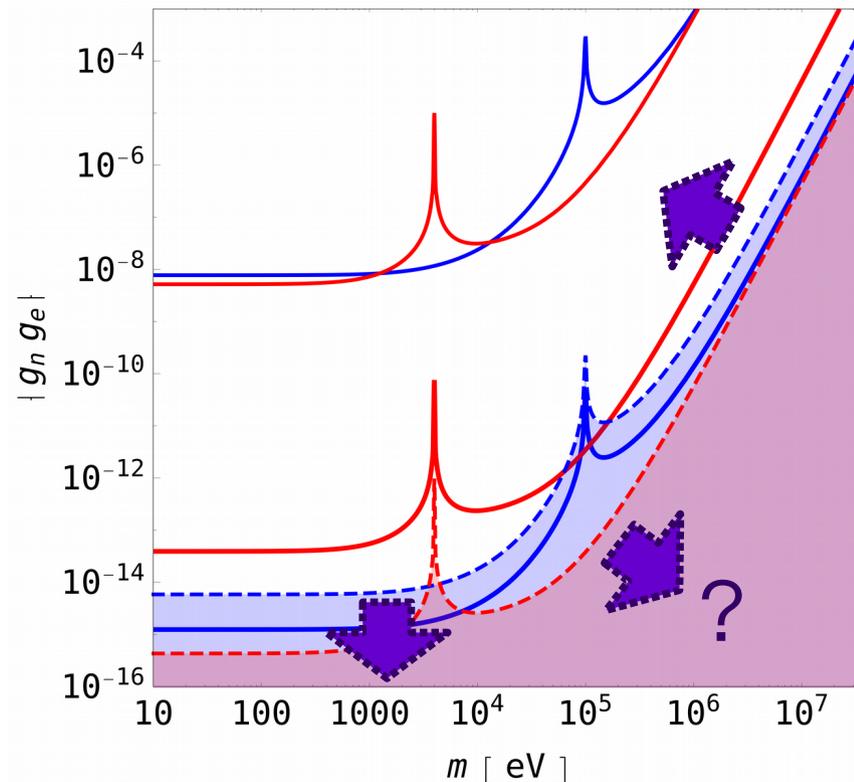
- ◆ 100 eVから1 MeVが主な target。
- ◆ Field shift non linearityの制御が重要。

NLO field shift の相殺

- ◆ 遷移が3つあればNLO field shiftも消すことができる。

$$\delta\nu_i = G_i\delta\mu + F_i\delta\langle r^2\rangle + \tilde{F}_i\delta\langle r^4\rangle$$

- ▶ 重い領域での振る舞いが $1/m^4$ から $1/m^6$ へ。



- ▶ $\psi(0) \neq 0$ が複数あると振る舞いが多少マシ(?)。

その他の高次補正

- ◆ 波動関数に対する相対論補正。
 - ▶ 内側で r の冪が変化する。
 - ▶ 波動関数が実は繋がっていない問題。
- ◆ NLO mass shift。
 - ▶ 軽い原子核の場合、効果が大きくなり得る。
- ◆ 波動関数への isotope shift 補正。
 - ▶ 重い原子核で、効果が大きくなり得る。
- ◆ 原子核密度分布の詳細。
 - ▶ 角度依存性の効果は大きくなるか。
- ▶ 実験する上で最適な原子核を提案。

線形性の一般化

- ◆ 高次の field shift のみを考慮すると、

$$\delta\nu_i = G_i\delta\mu + \sum_k F_i^{(k)}\delta\langle r^{2+k}\rangle + X_i$$

$$\delta\vec{\nu} - \vec{X} = \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & & \\ G_i & F_i^{(0)} & F_i^{(2)} & \dots & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\mu \\ \delta\langle r^2\rangle \\ \delta\langle r^4\rangle \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Isotope 依存

波動関数依存 : T

- ▶ Flatness condition :

$$\sum_i (T^{-1})_{1i} (\delta\vec{\nu} - \vec{X})_i = \delta\mu$$

線形性の精度

その他の線形性

- ◆ Yukawa couplingの場合

$$\vec{X} = (A' - A)\vec{Y} = (\text{Isotope 依存}) \times (\text{波動関数依存})$$

高精度

- ▶ 新しい線形関係。



成立条件は isotope 依存性で決まる。



非線形性の起源を議論可能。

- ▶ 一般に isotope 依存性は $(A' - A) \times (A', A \text{ の関数})$



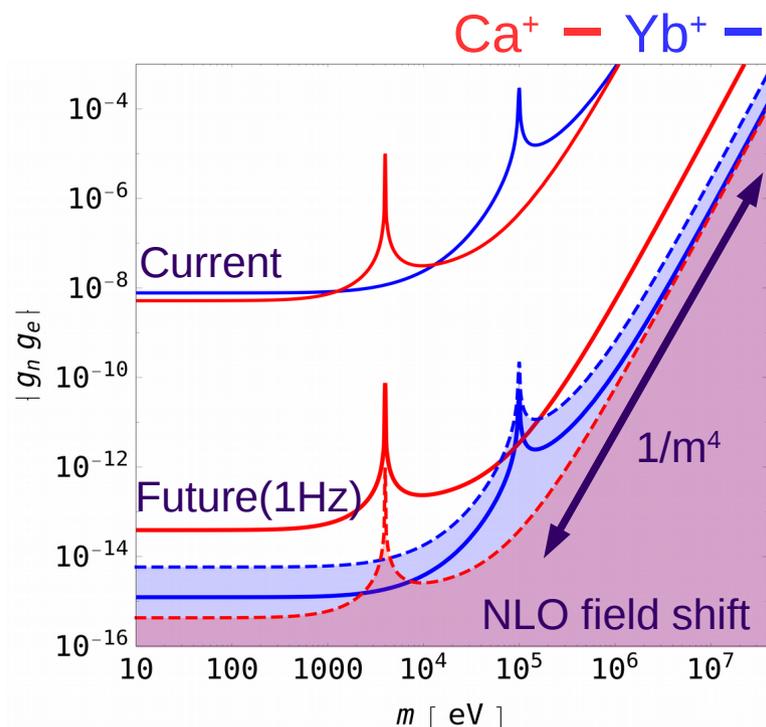
ここを決めることになるので、更なる高精度が必要。

まとめ

高精度な原子spectroscopy



新物理 = 線形性の破れ



安い! (O(1)億円)

早い! (1桁向上に数年)

上手い! (相対誤差 10^{-18})

◆ 重い領域の振る舞い

◆ FSの非線形性

◆ 一般化した線形性



俺達の isotope shift は
これからだ!

昔々あるところに

